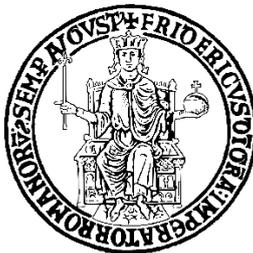


UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI NAPOLI “FEDERICO II”



Dipartimento di Scienze Economiche e Statistiche

Corso di Laurea Magistrale in Finanza

TESI DI LAUREA MAGISTRALE

in

Finanza Matematica

**RISCHIO DI ASSISTENZA A LUNGO TERMINE:
ANALISI DEMOGRAFICA, MODELLI ATTUARIALI
PER I PRODOTTI LTC E INDICAZIONI DI POLICY**

LONG TERM CARE RISK: DEMOGRAPHIC ANALYSIS, ACTUARIAL
MODELS FOR LTC INSURANCE AND POLICY SUGGESTIONS

Relatrice

Ch.ma Prof.ssa

Emilia Di Lorenzo

Candidato

Alberto Piscitelli

Matr. N29000648

ANNO ACCADEMICO 2023/24

INDICE

Abstract	1
----------------	---

Capitolo 1 – Aspettativa di vita in buona salute e sistemi di welfare

1. Introduzione	5
1.1. Analisi demografica	6
1.2. Implicazioni di policy e requisiti del nuovo sistema di welfare	9
1.2.1. Difficoltà sociali dell'implementazione della riforma	12
1.2.2. Difficoltà politiche dell'implementazione della riforma.....	14
1.3. Economic-Financial Literacy ed il paradigma “Reform, Inform, Educate” ...	16
1.4. Health Literacy.....	19
1.5. Considerazioni	26

Capitolo 2 – Gestione del rischio di assistenza a lungo termine

2. Introduzione	29
2.1. Rischio di assistenza a lungo termine	30
2.2. Coperture Long Term Care	33
2.2.1. Tipologie di coperture Long Term Care	36
2.3. Modelli attuariali per le coperture Long Term Care	39
2.3.1. Modelli multistato	41
2.3.2. Valori attuariali, premi e riserve	46
2.3.3. Modello di Lee-Carter con estensione di Brouhns et al.	51
2.4. Solvency II e disposizioni regolamentari	52
2.5 Considerazioni	56

Capitolo 3 – Valutazione delle coperture LTC

3. Introduzione	58
3.1. Framework per il modello di valutazione	59
3.2. Modelli per la proiezione dei tassi d'interesse	61
3.2.1. Modello di Cox – Ingersoll – Ross	62
3.4. Modello del processo alla base del valore del fondo pensione	66
3.4. Presentazione delle basi tecniche demografiche	71
3.5. Valutazione di una copertura LTC integrata alla pensione	74
3.6. Pricing di una copertura LTC Stand Alone	77
3.7. Considerazioni	82

Capitolo 4 – Conclusioni e proposte di policy

4. Introduzione	83
4.1. Proposte di policy.....	84
4.2. Elementi di valutazione.....	86
4.2.1 Trattamento di Fine Rapporto	86
4.2.2 Costi della non autosufficienza	88
4.3. Valutazione della proposta	89
4.4. Conclusioni	94

Appendice

A. 1. Stima del modello per i tassi (CIR).....	97
A. 2. Basi Tecniche (2024) per LTC Stand Alone – LTC24.....	98
A. 3. Basi Tecniche (2043) per LTC integrata alla pensione – LTC43	100
A. 4. Script MATLAB.....	102
A. 4. 1. Capitolo 3	102
A. 4. 2. Capitolo 4.....	107
A.5. Interpolazione dati sulla retribuzione	111
Indice Figure	114
Bibliografia	116

Abstract

In un contesto globale in cui le dinamiche demografiche e sociali sono in continua evoluzione, è necessario individuare le giuste misure per affrontare sfide sempre più complesse e pressanti. La presente tesi si pone l'obiettivo di analizzare ed approfondire il tema del rischio di assistenza a lungo termine, come conseguenza dell'evoluzione demografica, la quale evidenzia un incremento dell'aspettativa di vita che, tuttavia, non è del tutto vissuto in buona salute. Verrà seguito un approccio metodologico che parte dall'analisi delle cause di tale rischio, passando poi a valutare le diverse misure applicabili per la gestione, sottolineando gli eventuali limiti, con il fine di proporre una soluzione innovativa.

Il primo capitolo inizia con un'analisi demografica della popolazione italiana, in particolare si esamina il fenomeno della longevità tra gli anziani, evidenziandone il trend e confrontandolo con quello relativo all'aspettativa di vita in buona salute, si noterà quest'ultima grandezza cresce meno di quanto cresce l'aspettativa di vita, generando un contesto in cui la percentuale di vita vissuta in buona salute è decrescente.

L'analisi demografica mette in luce l'esigenza di una riforma strutturale che riguardi il sistema di welfare, il quale deve essere riprogettato in maniera tale da garantire la giusta assistenza agli anziani. Tuttavia, l'implementazione di un modello adeguato incontra diversi limiti, oltre a quelli meramente operativi, discutiamo, infatti, le limitazioni politiche e sociali all'implementazione della riforma. In particolare, viene esplorato il ruolo dell'educazione economico-finanziaria e dell'educazione alla salute nell'affrontare le criticità dell'implementazione di una riforma efficace ed efficiente.

Attraverso il paradigma "Reform, Inform, Educate", ci concentreremo sull'importanza dell'alfabetizzazione economica-finanziaria e sanitaria, entrambe essenziali per garantire una transizione equilibrata e sostenibile verso un sistema di welfare più adeguato al cambiamento demografico della popolazione.

Nel secondo capitolo, si discute del rischio di assistenza a lungo termine, evidenziamo la relazione che sussiste tra lo stato di salute degli anziani e le loro condizioni

economiche, segnalando un'associazione positiva tra le due misure: lo stato di salute è più grave nei soggetti che hanno maggiori difficoltà economiche. Si discutono le possibili cause di questa associazione.

La rilevanza del rischio di assistenza a lungo termine, affiancata dalla difficoltà di implementare un sistema di protezione pubblico, rende necessaria la discussione degli strumenti di natura privata disponibili agli individui. Si discute, quindi, dell'importanza delle coperture assicurative LTC nella gestione del rischio di assistenza a lungo termine. Esamineremo come tali coperture possano affrontare in modo innovativo il problema della non autosufficienza, fornendo un sostegno finanziario cruciale per affrontare le crescenti esigenze di assistenza a lungo termine.

Nonostante il potenziale benefico delle coperture LTC, esistono significative sfide associate alla loro diffusione e utilizzo efficace. Una delle principali difficoltà risiede nella scarsa consapevolezza dei rischi di non autosufficienza tra gli individui. Inoltre, la complessità nella determinazione delle basi tecniche, impattando negativamente sul premio, può limitare la diffusione di tali coperture. Saranno approfonditi i modelli attuariali utilizzati per valutare e gestire il rischio associato alle coperture LTC, fornendo una base essenziale per la comprensione dei fattori che determinano la valutazione delle coperture LTC.

Il terzo capitolo consiste nella proposta di un modello di valutazione stocastico da applicare alle coperture LTC integrate alla pensione, ovvero prodotti pensionistici per cui, all'ingresso in quiescenza, l'aderente può decidere se coprire o meno la non autosufficienza, rinunciando a parte della rata nel periodo in cui è autosufficiente, beneficiando di una successiva maggiorazione qualora diventasse invalido.

Il framework proposto lavora sulla base di due variabili decisionali, ovvero l'ammontare dei contributi versati e la quota di rata a cui rinunciare per coprire la non autosufficienza (indicata con q). Il framework prevede l'individuazione di una serie di elementi per essere implementato:

- La determinazione del processo stocastico alla base della determinazione dei tassi d'interesse e, quindi, la rappresentazione di una curva dei rendimenti per scadenza;

- La legge stocastica di formazione del valore del fondo pensione in cui vengono versati i contributi, la quale dipenderà dal processo stocastico che descrive il benchmark di riferimento per la gestione del fondo e dalla regola di contribuzione, ovvero le modalità di determinazione dei contributi da versare periodicamente;
- L'utilizzo di basi tecniche proiettate all'anno di conversione del montante contributivo, necessarie per la determinazione dei fattori di conversione del montante contributivo in rendita, i quali dipenderanno dalla quota di rata di pensione complementare a cui l'individuo è disposto a rinunciare per coprire il rischio di non autosufficienza.

Tale framework consente di definire i principali fattori di rischio e le variabili decisionali coinvolte nella valutazione delle coperture LTC di tipo integrativo, implementando un modello stocastico in grado di consentire la valutazione dell'impatto di alcune scelte, in riferimento alla rata percepita da un individuo non autosufficiente, applicando un approccio simulativo Monte Carlo.

Ad esempio, con questa struttura possiamo valutare la sensibilità delle diverse rate alla scelta di q e alla regola di determinazione dei contributi. Inoltre, dato che possiamo simulare un numero sufficientemente elevato di traiettorie del montante contributivo a scadenza, possiamo ricavare la probabilità che la rata da percepire da non autosufficiente sia minore di un determinato valore e verificare come tale probabilità cambi al variare di q .

Successivamente, verrà trattato il pricing di una copertura LTC stand alone, confrontando i risultati ottenuti con polizze analoghe presenti sul mercato, al fine di validare le basi tecniche demografiche e finanziarie.

Nel capitolo conclusivo, alla luce del modello valutativo implementato, viene analizzata una possibile policy finalizzata a mitigare il rischio di assistenza a lungo termine, alla luce delle sfide e delle opportunità emerse dall'analisi condotta nei capitoli precedenti. La proposta riguarda l'utilizzo delle quote di TFR per consentire la sottoscrizione di coperture LTC integrate alla pensione, con particolare attenzione al se e, eventualmente, a quali condizioni, i contributi medi rappresentati dal

versamento delle quote di TFR siano sufficienti per garantire una rendita adeguata in caso di non autosufficienza.

Nel dettaglio, applicando il framework di valutazione proposto, si determina qual è il valore della quota di rata di pensione complementare a cui l'individuo deve rinunciare che, considerando un piano di accumulo rappresentato dal versamento delle quote di TFR, garantisca, con una certa probabilità, la copertura dei costi della disabilità, questi ultimi determinati con riferimento alla tariffa mensile di una Residenza Sanitaria Assistenziale e/o alla retribuzione minima un badante prevista dal CCNL.

Il problema principale che emerge è che i dati sulla retribuzione, e quindi sul TFR, sono dati che fanno riferimento ad una media di tutti i lavoratori, quindi, anche se potremmo concludere che tale copertura possa consentire la gestione della non autosufficienza, seppur con considerevoli rinunce, questo sarebbe vero esclusivamente in media.

Questo vuol dire che esistono lavoratori la cui retribuzione si colloca nella coda sinistra, quindi inferiore alla media, per cui tale condizione potrebbe non valere, individuando la necessità di agire rispetto alle basi tecniche economico-salariali (aumento degli stipendi), oppure introducendo un meccanismo di solidarietà che coinvolga i lavoratori con salari più alti.

Capitolo 1 – Aspettativa di vita in buona salute e sistemi di welfare

Introduzione

Il primo capitolo di questa analisi si apre con un'esplorazione della dinamica demografica attuale e delle sue implicazioni sul sistema di welfare. Attraverso un'analisi demografica, verrà esaminato il panorama in evoluzione dell'età della popolazione e le sfide connesse alla crescente longevità, in particolare si esaminerà il tema dell'aspettativa di vita in salute. Questo contesto demografico fornirà una base solida per comprendere le implicazioni di policy e i requisiti del nuovo sistema di welfare.

In particolare, saranno esaminate le problematiche dell'attuale sistema di *welfare*, generati non solo dalle tendenze demografiche, evidenziando la necessità di una riforma strutturale. Verranno, poi, evidenziate le difficoltà sociali e politiche che emergono nell'implementazione delle riforme necessarie per affrontare le problematiche illustrate. Attraverso un'analisi approfondita di questi aspetti, verrà acquisita una comprensione più chiara delle sfide e delle opportunità che si presentano nell'adattare il sistema di welfare alle mutevoli esigenze della società moderna.

Inoltre, verrà esplorato il ruolo dell'educazione economico-finanziaria, nonché della salute, nell'affrontare le criticità dell'implementare una riforma in maniera efficace ed efficiente. Attraverso il paradigma "*Reform, Inform, Educate*", ci si concentrerà sull'importanza dell'alfabetizzazione economica-finanziaria, passando poi a trattare l'alfabetizzazione sanitaria, entrambe essenziali nel garantire una transizione equilibrata e sostenibile verso un sistema di welfare più coerente ed adeguato al cambiamento demografico della popolazione.

In conclusione, questo capitolo fornirà una panoramica completa delle questioni demografiche, politiche ed economiche che guidano l'evoluzione del sistema di *welfare*, individuando il rischio di assistenza a lungo termine (LTC) come una delle conseguenze principali dell'evoluzione del contesto sociale, demografico ed economico, preparando per le discussioni approfondite che seguiranno.

1.1. Analisi demografica

Il progresso scientifico e tecnologico ha inevitabilmente inciso in modo significativo sulle condizioni di salute e sull'aspettativa di vita all'interno della società. Tuttavia, congiuntamente con la riduzione dei tassi di natalità, tale situazione sta portando ad una significativa modifica della struttura demografica della società, ne sono sintomo l'inversione delle piramidi di età ed il progressivo invecchiamento della popolazione.

La crisi demografica emerge come una problematica attuale, con impatti rilevanti a livello comunitario e, soprattutto, nazionale, con ulteriori complicazioni dovute alla crescente insostenibilità del sistema previdenziale.

Al fine di garantire il benessere sociale, diventa essenziale valutare l'impatto derivante dall'aumento dell'aspettativa di vita, con conseguenti possibili implicazioni a livello di politiche pubbliche. Il tema del *Longevity Risk*¹, tuttavia, non è l'unico da prendere in considerazione.

In virtù della rettangolarizzazione della funzione di sopravvivenza – definita come “una tendenza verso una forma più rettangolare della curva di sopravvivenza dovuta a un aumento della probabilità sopravvivenza e alla concentrazione delle morti intorno all'età media di decesso”² – il concetto di aspettativa di vita in buona salute (HLE – *Healthy Life Expectancy*) assume sempre maggiore rilievo. Si pone, infatti, il problema delle condizioni di salute in cui gli individui spenderanno l'ulteriore vita residua di cui beneficiano.

Questa problematica riveste un'importanza sociale significativa, poiché se l'aumento della durata di vita media non è accompagnato da un incremento proporzionale o superiore della vita vissuta in condizioni di salute, si profilano sfide nella gestione dell'anzianità. Ciò si traduce in complicazioni sia in termini di spesa pubblica (pensioni di invalidità, assistenza sanitaria, ecc.), sia per i costi economici e sociali che ricadono sulle famiglie.

¹ È il rischio che le aspettative riguardo la sopravvivenza non si realizzino – ECB, Financial Stability Review, December 2015

²Nusselder WJ, Mackenbach JP. Rectangularization of the survival curve in The Netherlands, 1950-1992. *Gerontologist*. 1996 Dec

Facendo riferimento alle rilevazioni ISTAT ed Eurostat possiamo avere chiaro il quadro demografico e dello stato di salute in Italia. Ponendo l'accento sugli individui di 65 anni³, si può notare come l'aspettativa di vita e l'aspettativa di vita in buona salute abbiano una diversa tendenza: come si evince dalla Figura 1, se escludiamo il 2020 e quindi le conseguenze della pandemia da COVID-19, l'aspettativa di vita è generalmente in crescita per un individuo di 65 anni; al contrario, l'aspettativa di vita in buona salute non ha un andamento uniforme e, addirittura, al 2021 presenta un valore più basso di quello registrato nel 2004.

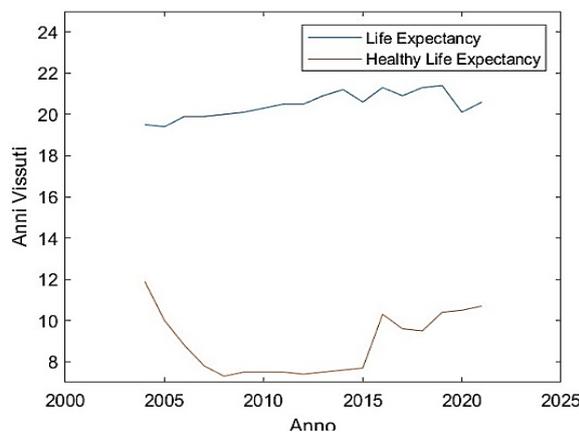


Figura 1 – HLE e LE a confronto per individui di 65 anni; Fonte: Eurostat

Tutto ciò si sintetizza in una percentuale di vita residua in condizioni di autosufficienza⁴ non stabile nel tempo e, in particolare, mediamente in decrescita, come possiamo notare dalla Figura 2. Stando agli ultimi dati disponibili (2021), ci si aspetta che un individuo di 65 anni viva quasi la metà (43%) della vita residua in condizioni di non buona salute, che, guardando il dato in valore assoluto, si traduce in quasi 10 anni di vita in cui il soggetto necessiterà di assistenza, la quale dovrà essere erogata tramite il ricorso alla spesa pubblica e/o finanziata mediante risorse private.

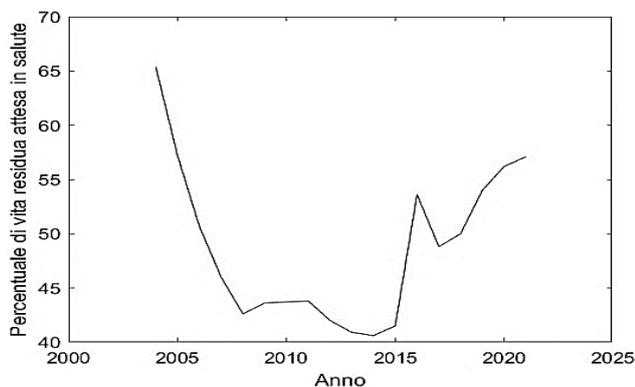


Figura 2 – Percentuale di vita residua in buona salute per individui di 65 anni; Fonte: Eurostat

Analizzando gli stessi indicatori, ma con una distinzione per genere, emergono ulteriori considerazioni. Facendo riferimento alla Figura 3, notiamo che le donne mediamente vivono di più degli uomini, ma che, allo stesso tempo, vivono in condizioni di buona salute per lo stesso tempo degli individui di sesso maschile. La

³ I risultati ottenuti sono gli stessi anche se ci concentriamo su altre fasce di età. Viene scelta questa età perché riferimento per l'ingresso in quiescenza.

⁴ È misurata come il rapporto tra l'aspettativa di vita in buona salute e l'aspettativa di vita.

tendenza della longevità, infatti, è la stessa sia per gli uomini che per le donne, ma le donne partono da un punto più alto; per quanto attiene all'aspettativa di vita in salute, non notiamo particolari differenze tra i due generi: l'età attesa di ingresso in uno stato di non autosufficienza è pressoché la stessa. In termini relativi, quindi, la percentuale di vita residua vissuta in buona salute sarà maggiore per gli uomini rispetto alle donne: ciò ha come implicazione principale che quest'ultime sono più esposte a tutte le problematiche che sorgono in età anziana, non solo in termini di salute, ma anche di costi sanitari e spese assistenziali, in quanto, arrivate all'età pensionabile, vivranno mediamente più della metà della loro vita residua in condizioni di non autosufficienza.

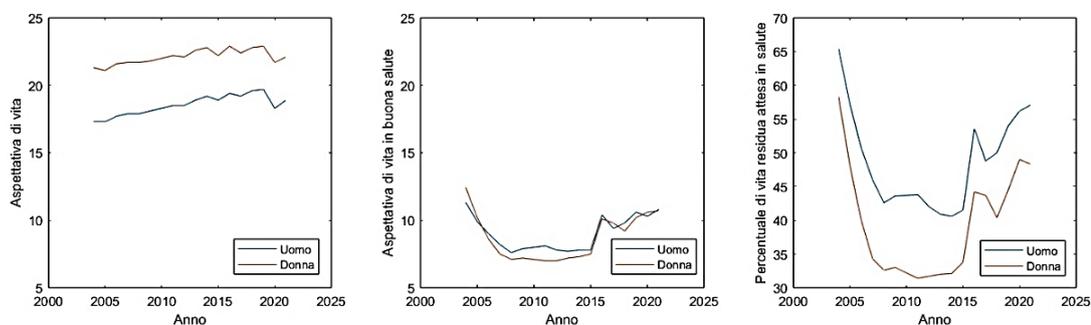


Figura 3 – Analisi demografica distinta per genere, confronto per aspettativa di vita (sx), aspettativa di vita in buona salute (centro), percentuale di vita residua attesa in salute (dx) per individui di 65 anni; Fonte: Eurostat

I costi sanitari dell'anzianità si misurano, tuttavia, non solo in termini di anni vissuti in condizioni di salute precarie, ma anche valutando la cronicità della/e patologia/e che causano la non autosufficienza, nonché il grado di invalidità che ne scaturisce.

Sotto questo profilo, esistono patologie più invalidanti di altre, come i disturbi neurologici, tra cui rientrano patologie come l'Alzheimer, il morbo di Parkinson, la depressione, etc... Tutte queste hanno un forte impatto negativo rispetto allo svolgimento delle ADL⁵, rendendo più pesante la gestione dello stato di salute in età più avanzata.

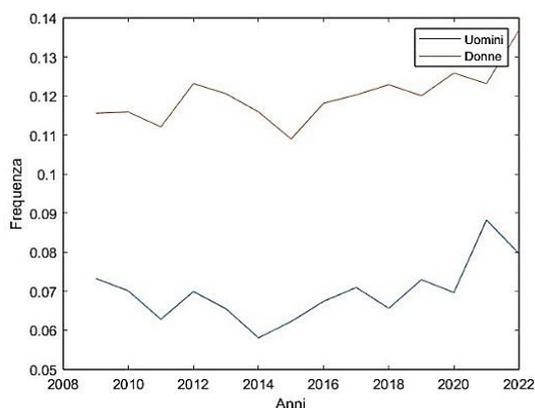


Figura 4 – Incidenza dei disturbi neurologici distinta per genere per individui over 65; Fonte: ISTAT

⁵ Activity of Daily Living, è un termine utilizzato per descrivere collettivamente le attività fondamentali necessarie per prendersi cura di sé in modo indipendente, come mangiare, fare il bagno e muoversi.

Come possiamo notare dalla Figura 4, l'incidenza di tali disturbi è quasi il doppio per le donne rispetto agli uomini nella fascia degli Over 65 ed è, generalmente, in crescita. Tale dato è estremamente rilevante, in quanto evidenzia un'esigenza per le donne di effettuare delle scelte per prevenire le problematiche legate all'invalidità.

1.2. Implicazioni di policy e requisiti del nuovo sistema di welfare

Dall'analisi della situazione demografica risulta evidente la necessità di una riforma del sistema di *welfare*, la quale tenga conto del rischio di longevità e quindi che sia in grado di corrispondere – mediante un meccanismo socialmente equilibrato – le pensioni di anzianità per un periodo più ampio e di ammontare sufficiente; tuttavia, è essenziale che vengano considerate anche delle misure finalizzate alla definizione delle modalità di assistenza e supporto agli anziani, tenendo conto della crescente incidenza di patologie invalidanti e del peso della sopravvivenza in condizioni di non autosufficienza, garantendo anche un sostegno economico sufficiente a coprire le spese da sostenere in caso di invalidità nell'età anziana, cercando di evitare il fenomeno di *old age poverty*.

La necessità di una modifica del sistema di welfare, tuttavia, non deriva esclusivamente da fattori di tipo demografico e sanitario, ma anche da fattori di matrice principalmente sociale. Possiamo considerarne alcuni come:

1. Il cambiamento del ruolo delle donne nella società; infatti, il sistema che prevedeva una età pensionabile più bassa per le donne come compenso per il ruolo di *caregiver* e responsabile delle mansioni domestiche a tempo pieno diventa anacronistico: le donne, già da diversi anni, partecipano attivamente al mercato del lavoro ed iniziano ad avere un'indipendenza economica, seppure con tutte le problematiche ancora presenti in tema di discriminazioni;
2. Il peso crescente affidato alle nuove generazioni del finanziamento delle pensioni (debito "implicito"); storicamente la formula pensionistica più affermata è stata quella a prestazione definita (DB – *Defined Benefits*), la quale risulta essere conveniente dal punto di vista economico per chi riceve la prestazione, ma poco efficiente in quanto non considera gli aspetti attuariali e, per il modo in cui vengono finanziate le pensioni, meno equo per le future generazioni;

3. Presenza di disuguaglianze a favore delle classi privilegiate, i quali sono stati beneficiari di politiche a proprio favore, in virtù del potere elettorale che detengono. Sono tipicamente le generazioni c.d. *middle-ages* e *upper middle-ages* le quali, inoltre, godono anche di maggiore concentrazione di ricchezza.

In sostanza, emerge la necessità di andare oltre una riforma meramente parametrica del sistema pensionistico, puntando verso una riforma di tipo economico. Questo significa non limitarsi a modificare solo i parametri numerici, ma ridefinire le regole obsolete e inefficaci attualmente in vigore. L'obiettivo fondamentale di questa tipologia di riforma è alterare gli incentivi che guidano il comportamento degli individui, con l'intento di influenzare le loro attitudini, azioni e decisioni. In altre parole, si tratta di un cambiamento sostanziale che va al di là di aggiustamenti superficiali, puntando a una trasformazione profonda del modo in cui le persone si rapportano e interagiscono con il sistema pensionistico.

Una nuova architettura del sistema previdenziale è stata, in effetti, oggetto di diverse riforme nella maggior parte dei paesi europei, proprio ad evidenziare un problema sia demografico che di matrice socio-economica, di carattere internazionale.

Nonostante i paesi comunitari seguano percorsi distinti e siano guidati da governi con ideologie differenti, emerge un fenomeno interessante. Si osserva una convergenza negli elementi adottati nelle riforme dei vari sistemi previdenziali. Le modifiche in comune sono numerose e diverse tra loro, in maniera non troppo dettagliata possiamo ravvisarle nelle seguenti.

Le età pensionabili sono state aumentate e in alcuni casi rese più flessibili; i tassi di sostituzione sono stati ridotti; i benefici sono indicizzati all'inflazione (e non più ai salari); il legame a livello individuale tra benefici e contributi è stato rafforzato; sono state introdotte correzioni attuariali individuando sia variazioni dei benefici in linea con l'aspettativa di vita prevista al momento del pensionamento, sia indicizzando le età pensionabili all'aspettativa di vita.

Inoltre, le condizioni di accesso ai regimi di pensionamento anticipato e invalidità sono state rese più stringenti; le differenze di genere sono state ridotte; la trasparenza è stata migliorata; la formazione della pensione complementare, attraverso la

partecipazione a fondi pensione, è stata regolamentata e incentivata fiscalmente.

Da un punto di vista tecnico, emerge una tendenza a concepire i programmi di *welfare* come dei contratti assicurativi, individuando specifiche caratteristiche⁶ che un sistema di questo tipo dovrebbe possedere al fine di essere considerato efficace e adeguato. Possiamo sintetizzarle in:

1. Implementazione di un sistema *misto*, il quale supporta una migliore diversificazione del rischio, composto da una parte pubblica e di tipo *PayGo*⁷ ed una privata di tipo *funded* (fondi pensione). Questa transizione, tuttavia, risulta essere molto delicata e da implementare in maniera graduale in quanto c'è un evidente problema di finanziamento della riforma;
2. Ristrutturazione della parte *PayGo*, introducendo il “*notional funding*”, in modo da evitare che il sistema sia svantaggioso per le future generazioni. Tale metodo prevede che ogni lavoratore abbia il proprio conto pensionistico, all'interno del quale si tiene conto di tutti i contributi versati, che vengono poi capitalizzati ad un tasso di rendimento che, per far sì che il sistema sia bilanciato, dovrebbe essere pari al tasso di crescita dei salari o del GDP;
3. Applicazione della formula a contribuzione definita (DC), in cui il beneficio che il pensionato riceverà dipende dall'ammontare totale dei contributi versati nel corso della sua carriera lavorativa e dalle performance del fondo in cui sono investiti questi contributi. Congiuntamente con l'applicazione del “*notional funding*”, il sistema prende il nome di *notional defined contribution*;
4. L'aggiustamento dell'età pensionabile in funzione dell'aspettativa di vita, tuttavia è necessario che l'aumento nella longevità possa essere diviso in un aumento della possibile vita lavorativa ed un aumento degli anni di pensione attesi, dimostrando che la crescita della aspettativa di vita sia accompagnata da un incremento dell'aspettativa di vita in salute;
5. Misure specifiche rivolte a quei lavoratori che non sono in grado di formare una prestazione previdenziale accettabile durante la loro vita lavorativa;

⁶ Fornero, E. (2015) “ “Reform, Inform, Educate”: A New Paradigm for Pension Systems' Sustainability”, *The Future of Welfare in a Global Europe*: 307-308.

⁷ Schema che prevede che la popolazione attiva contribuisca finanziariamente per sostenere i pensionati, con l'idea che la stessa condizione si applicherà quando saranno loro stessi in pensione.

L'individuazione di una corretta riforma del sistema di *welfare*, tuttavia, non è priva di complicazioni. Seppur a livello tecnico le soluzioni alle problematiche esistenti risultano essere condivise, tali indicazioni devono garantire non solo la sostenibilità finanziaria ma anche quella politica delle riforme, cosa non sempre facile. Se la sostenibilità finanziaria può essere ottenuta con degli aggiustamenti parametrici, quindi tramite requisiti di accesso più stringenti e prestazioni meno generose, la sostenibilità politica risulta essere più complicata da raggiungere, per diversi motivi. Potremmo dividerli in due principali categorie:

- Motivazioni di equità sociale, che consistono nella difficoltà di non generare disuguaglianze ed elevati costi sociali nella transizione da un sistema di *policy* ad un altro, che modifica in maniera netta il *life cycle* dei cittadini;
- Motivazioni politiche in senso stretto, che hanno a che fare con la popolarità delle riforme e il livello di condivisione delle stesse tra i cittadini, le quali possono indurre conflitti di interesse nelle forze politiche di maggioranza.

Nei prossimi paragrafi verranno analizzate tali motivazioni in maniera più dettagliata.

1.2.1. Difficoltà sociali dell'implementazione della riforma

Come appena accennato, ci sono delle problematiche da prendere in considerazione affinché si possa adattare il sistema previdenziale alle nuove circostanze che si sono presentate. Bisogna, infatti, cercare di introdurre delle politiche che possano facilitare la transizione dal vecchio al nuovo regime, cercando di eliminare le difficoltà che sorgono in merito all'implementazione delle nuove misure di *policy*. Tra le tante, alcune risultano essere cruciali.

È, innanzitutto, necessario cercare di stabilizzare le prospettive di lavoro dei più giovani. Le nuove generazioni, infatti, sono esposte a rischi occupazionali e di guadagno significativamente superiori rispetto alle generazioni precedenti. Affinché il sistema proposto possa essere sostenibile è necessario eliminare, o almeno limitare, periodi di disoccupazione e irregolarità nella retribuzione delle nuove generazioni di lavoratori.

Un ulteriore elemento cardine è quello di porre in essere politiche che possano

rendere possibile l'estensione del periodo di occupabilità per i più anziani. Prolungare la vita lavorativa presenta, infatti, un vantaggio:

1. Per i fondi pubblici, in quanto consente una stabilità finanziaria nella transizione al nuovo regime;
2. Per gli anziani, poiché risulta essere un modo efficace per prevenire la povertà nella vecchiaia e ricevere benefici pensionistici più cospicui. Entrambi questi aspetti risultano essenziali per rafforzare la volontà dei lavoratori anziani di continuare a lavorare, consentendo loro al contempo una maggiore libertà nel decidere quando ritirarsi dal mercato del lavoro.

Quanto appena detto si collega al concetto di pensionamento flessibile, il quale richiede, oltre ai benefici già menzionati, una struttura di incentivi legata all'età. Diversi studi hanno dimostrato che i lavoratori rispondono agli incentivi finanziari: se tassati, lasciano il lavoro il prima possibile; se premiati per rimanere più a lungo nei loro impieghi, restano (a condizione che altri fattori, come la salute o le considerazioni familiari, non lo impediscano).

Le misure per incentivare i lavoratori a rimanere più a lungo in un impiego, tuttavia, non sono sufficienti se, come frequentemente capita, non si individuano politiche volte a indurre le aziende a trattenere i lavoratori di età più avanzata. Le evidenze empiriche suggeriscono che pratiche discriminatorie legate all'età persistono e che le aziende non stanno facendo abbastanza per adattarsi al cambiamento nella composizione anagrafica dei propri dipendenti. Alcuni studi, inoltre, evidenziano una correlazione positiva tra i livelli di istruzione degli anziani e la loro partecipazione al mercato del lavoro, e, in aggiunta, mostrano che la salute delle persone con meno capitale umano si deteriora più rapidamente rispetto a coloro con un capitale umano più elevato. Programmi mirati di istruzione e formazione per migliorare l'occupabilità e la produttività dei lavoratori sono quindi essenziali.

Bisogna, inoltre, fare attenzione al (già delicato) ruolo delle donne. Le donne sono particolarmente vulnerabili agli impatti delle riforme pensionistiche, poiché, attualmente, non si sono ancora realizzate le necessarie modifiche che possano garantire l'uguaglianza di opportunità nel mercato del lavoro, e, inoltre, il benessere economico di molte donne dipende ancora molto dal loro ruolo di coniuge. In aggiunta a

ciò, le donne più anziane hanno trascorso meno tempo nel mercato del lavoro rispetto agli uomini, sono state pagate meno e hanno avuto più interruzioni nella loro carriera lavorativa, principalmente a causa delle responsabilità di prendersi cura sia dei figli che dei genitori anziani. Anche se per le nuove generazioni si osservano cambiamenti, calcolare le pensioni su una base strettamente contributiva/attuariale tenderà a ridurre i benefici, divenendo fonte di (ulteriore) discriminazione sociale a carico delle donne, a meno che non siano previste disposizioni speciali per le attività di assistenza e cura della famiglia.

Infine, c'è il problema di come incentivare i cittadini a ricorrere alla previdenza complementare. Dopo riforme finalizzate a ripristinare la sostenibilità finanziaria, riducendo benefici pubblici e rendendo le pensioni più incerte, è cruciale garantire che altre fonti di reddito integrino adeguatamente le pensioni. Infatti, l'approccio a più pilastri è stato implementato non solo per compensare la riduzione dei tassi di sostituzione offerti dal pilastro pubblico, ma anche come strumento di condivisione dei rischi. Per essere efficace, è necessario che i lavoratori partecipino a piani pensionistici privati, non limitandosi esclusivamente al risparmio personale, ma che abbiano la possibilità di gestire la loro ricchezza in base alle loro esigenze.

1.2.2. Difficoltà politiche dell'implementazione della riforma

Concentriamoci, ora, sulle motivazioni politiche riscontrabili nell'implementazione di una riforma. In una democrazia, i cittadini, tramite il sistema di votazione, sono i *drivers* indiretti del processo politico, in quanto scelgono i propri rappresentanti sulla base dei risultati pregressi da loro ottenuti e delle proposte indicate. Le forze politiche elette hanno, poi, il compito di svolgere il ruolo di *policy makers*, implementando politiche adeguate e, se necessario, prevedendo delle riforme, che siano strutturali o meno, sempre in coerenza con l'ideologia per la quale sono stati eletti.

Come già accennato precedentemente, la riforma del sistema pensionistico così come appena individuata, è una riforma economica e, in quanto tale, ha un forte impatto rispetto alla vita dei cittadini. Come un investimento, infatti, introduce un costo immediato e facilmente percepibile, a fronte di un beneficio futuro e incerto.

In un *framework* così delicato, è necessaria la collaborazione dei partiti politici e

dei tecnici. Questi ultimi hanno il ruolo di aiutare i politici a progettare delle riforme, fornendo indicazioni tecnico-scientifiche, evidenziando i principali aspetti da analizzare e le possibili soluzioni ai problemi rilevati. Ai partiti politici, invece, è assegnato un ruolo principalmente comunicativo, ovvero hanno il compito di spiegare ai cittadini le motivazioni che rendono necessaria la riforma e le linee che seguirà, coniugarla con un'ideologia che i cittadini possano condividere e a cui dare credito, e raccogliere – laddove possibile – *feedbacks* da essi per modificare/correggere la proposta dei tecnici.

In periodi difficili come quelli attuali, in cui drastiche riforme sono necessarie, questo equilibrio si spezza. Ciò accade principalmente perché i partiti politici non sono disposti a prendere decisioni fortemente impopolari – seppur necessarie – in quanto intimoriti di perdere il consenso politico di cui godono. In questo contesto, gli esperti hanno un ruolo principale, assunto tipicamente in maniera diretta mediante la formazione dei c.d. governi tecnici. Tali governi si prendono il peso di attuare riforme altamente impopolari, con la difficoltà, tuttavia, di trasmettere in maniera efficace le motivazioni dietro queste decisioni e i benefici futuri che la riforma porterebbe.

Se i tecnici non riuscissero a rendere comprensibile il contenuto, ma soprattutto le ragioni e le implicazioni delle riforme proposte, i cittadini potrebbero non essere in grado di comprendere le future conseguenze positive delle riforme strutturali e quindi essere più inclini a opporsi e rifiutare il cambiamento. In questo contesto, i partiti politici cercheranno di ottenere consensi dal malcontento degli individui e, una volta ottenuto il potere politico, vanificheranno gli sforzi degli esperti, riportando il sistema ad un livello meno sostenibile, ma molto più condiviso dal popolo, come è successo in Italia a seguito della Riforma Fornero del 2011⁸.

Le tentazioni populiste aumentano con l'offerta di soluzioni relativamente facili e indolori a problemi complessi, trovando terreno fertile soprattutto tra i cittadini meno istruiti. Affinché ciò non accada, è necessario che tali riforme siano concepite

⁸ Fornero, E. (2015) ““Reform, Inform, Educate”: A New Paradigm for Pension Systems’ Sustainability”, *The Future of Welfare in a Global Europe*: 313-318

come un “investimento sociale”⁹, si richiede un sacrificio presente in cambio di un beneficio futuro. In assenza di un messaggio ideologico riconosciuto e di sufficiente stabilità politica, la conoscenza economico-finanziaria dei cittadini potrebbe pertanto essere cruciale per il successo delle riforme economiche.

Per rendere tutto questo possibile, gli aspetti tecnici delle riforme devono essere accompagnati da programmi di educazione economico-finanziaria che renda i cittadini in grado di comprendere le caratteristiche e le implicazioni di una riforma.

1.3. Economic-Financial Literacy ed il paradigma “Reform, Inform, Educate”

Il concetto di *economic-financial literacy* (EFL) nasce dalla più limitata nozione di *financial literacy*, la quale fa esclusivamente riferimento alla sfera personale della formazione e gestione del patrimonio, e quindi della comprensione delle basi della creazione di ricchezza individuale. L’alfabetizzazione finanziaria viene misurata sulla base della comprensione di tre concetti chiave¹⁰ quali: (i) i tassi di interesse e l’interesse composto, (ii) l’inflazione e (iii) la diversificazione del rischio.

In tema previdenziale tali concetti sono essenziali. Il concetto di interesse composto è cruciale per capire come funziona l’accumulo del patrimonio pensionistico. Il concetto di diversificazione del rischio potrebbe aiutare le persone a prendere decisioni sulla partecipazione a un fondo pensione, come modo per combinare le diverse opzioni di rischio-rendimento.

Tuttavia, l’idea che nel corso del tempo va a diffondersi è che essa possa avere un ruolo nella sfera pubblica, dove potrebbe agevolare l’introduzione di politiche economiche più efficaci e gettare le basi per la sostenibilità politica delle riforme.

Questo tipo di conoscenza potrebbe richiedere una definizione più ampia della alfabetizzazione finanziaria, poiché alcune nozioni fondamentali su come funziona l’economia, e non solo il mondo finanziario, sono indispensabili. È così che

⁹ Morel N., B. Palier and J. Palme (eds.) (2012) *Towards a Social Investment Welfare State? Ideas, Policies and Challenges*. Chicago: the Policy Press, c/o the University of Chicago Press.

¹⁰ Lusardi, A. and O. S. Mitchell (2014) ‘The Economic Importance of Financial Literacy: Theory and Evidence’, *Journal of Economic Literature* 52 (1): 5-44.

giungiamo alla definizione di *economic-financial literacy*.

Si trova, quindi, nell'EFL un elemento essenziale per superare le difficoltà politiche dell'implementazione di riforme impopolari e, di conseguenza, per comprendere (e quindi condividere), in primo luogo, la necessità della riforma stessa.

È – pertanto – cruciale, oggi più che mai, adottare un nuovo approccio basato su tre pilastri: riformare, informare e educare (“Reform, Inform, Educate”¹¹).

I Pilastro – Riformare

Il processo di riforma deve essere completato seguendo principi assicurativi, abbinati a una giusta dose di redistribuzione trasparente delle ricchezze dai più ricchi ai più poveri. Deve essere previsto un modello assicurativo per la vecchiaia, che comprenda non solo il pagamento della rata pensionistica, ma anche l'assistenza a lungo termine (LTC) nella vecchiaia.

Affinché sia adeguato è richiesto che i cittadini siano inclusi in un meccanismo che li tuteli contro fallimenti di mercato e personali che influenzano la loro vita, quali mancanza di istruzione, disoccupazione, malattia e invalidità. Le riforme delle pensioni devono essere integrate con quelle del mercato del lavoro, le quali devono prevedere politiche a lungo termine per aumentare l'occupazione, in modo da poter alimentare la componente PayGo del sistema previdenziale. Tutto ciò deve essere implementato all'interno di un contesto trasparente poiché, in questo tipo di sistema, è più difficile nascondere privilegi e implementare una vera solidarietà.

II Pilastro – Informare

La formazione della posizione individuale previdenziale è un processo lungo e complesso. I lavoratori devono avere un'idea, il più precisa possibile, della loro posizione sul patrimonio pensionistico e sulle opzioni disponibili per la determinazione della prestazione previdenziale, in modo da poter prendere decisioni consapevoli. Questa conoscenza è essenziale,

¹¹ Fornero, E. (2015) “Reform, Inform, Educate”: A New Paradigm for Pension Systems’ Sustainability, *The Future of Welfare in a Global Europe*: 318-321.

soprattutto nei regimi a contribuzione definita, per la pianificazione individuale, e deve essere finalizzata ad evitare errori e/o delusioni, in termini di discrepanza tra i risultati attesi ed effettivi.

Le informazioni sono fondamentali anche per la sostenibilità politica delle riforme. Una diffusa interpretazione errata delle riforme porterà a tentativi di invertirle, ancora una volta ricordiamo la Riforma Fornero del 2011. La riluttanza dei governi e dei partiti politici a fornire informazioni per paura di perdere consenso deve essere superata, possibilmente con l'aiuto di istituzioni internazionali, che ovviamente non condividono la stessa paura.

La paura dei politici potrebbe essere attenuata anche ricorrendo all'EFL (in applicazione del III Pilastro a seguito descritto), come detto precedentemente, se la maggioranza dei cittadini sono consapevoli della necessità di una riforma strutturale che comporta costi immediati, sarà più facile per la classe politica prendere queste decisioni, evitando eccessive conseguenze negative in termini di consenso elettorale.

III Pilastro – Educare

Comprendere gli elementi di base delle riforme richiede non solo buone informazioni, ma anche una *economic-financial literacy*.

Informare non è sufficiente se non vi sono i presupposti per poter analizzare e comprendere in senso critico le informazioni ricevute. I cittadini devono essere consapevoli che le pensioni non sono il risultato di una concessione dei politici, ma della gestione efficiente dei propri risparmi; che accumulano il proprio patrimonio pensionistico pagando contributi sul loro reddito da lavoro.

Dovrebbero essere consapevoli che tutte le somme versate nel loro "conto pensionistico" – in riferimento al sistema NDC – contribuiranno a determinare l'importo da cui verrà pagata la propria pensione; che più lungo è il periodo, maggiore è il patrimonio accumulato; che, per una determinata quantità di patrimonio pensionistico, i benefici sono più alti quanto più alta è l'età pensionabile.

È importante cercare di trasmettere questi concetti essenziali in maniera semplice. Ciò significa, naturalmente, che i politici e i media dovrebbero anch'essi essere istruiti anche dal punto di vista economico e finanziario.

In conclusione, l'educazione economica-finanziaria dovrebbe accompagnare gli individui sin dall'inizio del loro percorso scolastico e diventare un elemento costante nella loro vita adulta. Tuttavia, la profondità e la complessità di questa conoscenza possono variare considerevolmente in base al curriculum di studio e alla professione di ciascuno, ma è necessario che (quasi) tutti i cittadini posseggano una solida base in merito, al fine di ottenere notevoli benefici sociali.

Ovviamente la diffusione di una cultura economico-finanziaria non risolve tutti i problemi politici dell'implementazione di una riforma, anche perché non vi sono, ad oggi, studi che mostrino una correlazione tra i due elementi; tuttavia, l'analfabetismo economico-finanziario, come accennato in altre occasioni, può compromettere l'efficacia delle riforme, in quanto i cittadini potrebbero esercitare sufficiente pressione sui politici per istituire un periodo di attuazione eccessivamente lungo o annullare le riforme approvate da un governo precedente.

1.4. Health Literacy

L'EFL è sicuramente fondamentale affinché il sistema previdenziale sia riformato, condiviso e implementato; tuttavia, per un corretto utilizzo degli strumenti messi a disposizione dalla nuova architettura del *welfare* è fondamentale avere informazioni rispetto alle tendenze demografiche e, soprattutto, rispetto al proprio stato di salute futuro.

Come visto all'inizio del capitolo, in Italia poco più della metà (57% al 2021) dell'aspettativa di vita all'età di 65 anni, sarà vissuta in buona salute. Il dato diventa ancora più problematico se effettuiamo una distinzione per genere, con le donne che vivono meno della metà (48% al 2021) della vita residua in condizioni di autosufficienza. Inoltre, l'incidenza di shock sanitari con conseguenze permanenti sulla capacità delle persone di affrontare le attività quotidiane aumenta nel tempo.

Nonostante ciò, il rischio LTC è ancora uno dei meno assicurati¹². Molti stati europei con sistemi di *welfare* non forniscono una copertura sufficiente per questo rischio, mentre il ricorso all'assicurazione privata è molto limitato. Date le tendenze demografiche e sanitarie analizzate, questo diventerà un problema chiave, con la possibilità di prevedere spese impreviste sia per il settore pubblico che per le famiglie individuali.

Affinché gli individui possano prendere scelte consapevoli per la copertura di questo rischio – almeno sul fronte privato – è necessario che venga diffusa la c.d. *health literacy* (alfabetizzazione sanitaria), definita dalla *World Health Organization* come l'insieme delle competenze cognitive e sociali che determinano la motivazione e la capacità degli individui di ottenere accesso, comprendere e utilizzare informazioni in modi che promuovano e mantengano una buona salute.

Esistono, comunque, diverse definizioni di alfabetizzazione sanitaria, con vari focus e significati, ma la maggior parte di esse si riferisce alla capacità e alla fiducia degli individui nell'utilizzare efficacemente le informazioni sulla salute.

L'alfabetizzazione sanitaria è un elemento cardine per poter prendere delle decisioni in termini di copertura del rischio LTC. Questo passa per diversi aspetti che vanno dal conoscere semplicemente la propria aspettativa di vita in salute, fino a riconoscere la diversa incidenza di malattie invalidanti tra uomini e donne.

Basti pensare che il genere femminile è più colpito da malattie neurologiche e del sistema immunitario: dopo i 65 anni hanno un rischio che è due volte più grande degli uomini di ammalarsi di Alzheimer o demenza, che alcune¹³ malattie autoimmuni, presentano una frequenza 7-10 volte più elevata nelle donne rispetto agli uomini. Gli uomini, al contrario, soffrono di più di patologie oncologiche.¹⁴

Stando a quanto appena affermato e riprendendo quanto detto nel primo paragrafo

¹² Brown J. R. and Finkelstein A. (2009) 'The Private Market for Long-Term Care Insurance in the United States: A Review of the Evidence', *The Journal of Risk and Insurance* 76 (1), Special Issue on LongTerm Care Insurance and Health Insurance (March): 5-29.

¹³ Malattie autoimmuni della tiroide e la sclerodermia.

¹⁴ "Il genere come determinante di salute. Lo sviluppo della medicina di genere per garantire equità e appropriatezza della cura", Quaderni del Ministero della Salute, n. 26 aprile 2016

di questo capitolo, si desume che le donne siano più esposte al rischio LTC rispetto agli uomini e, di conseguenza, dovrebbero essere più interessate a tale tipologia di copertura, ma ciò nella pratica non accade.

Infatti, ci sono diverse implicazioni dei bias relativi alla percezione della propria salute: tipicamente le persone che tendono a sovrastimare la propria salute sono più propensi ad assumere comportamenti non salutari.

Affinché possano essere prese delle decisioni *forward-looking*, è necessario che coloro che prendono decisioni abbiano opinioni riguardo le probabilità che si possano verificare eventi futuri. L'educazione sanitaria è fondamentale nella formazione delle opinioni riguardo alla sopravvivenza, le quali poi si trasmettono nelle decisioni economiche che assumono riguardo la copertura dei rischi sanitari.

Sono molti i contributi in letteratura che documentano un gap tra le probabilità soggettive ed attuariali di sopravvivenza, con i più giovani che sottostimano la propria probabilità sopravvivenza, mentre i più anziani la sovrastimano.¹⁵

Apicella G. e De Giorgi E. G. (2024)¹⁶ vogliono fornire una nuova prospettiva riguardo la “alfabetizzazione sanitaria”. Si domandano, a tal proposito, come l'incertezza sulla durata di vita influenzi le diverse decisioni economiche. In particolare, esplorano come gli individui formano e aggiornano le loro convinzioni sulla sopravvivenza utilizzando euristiche comportamentali.

In particolare, si chiedono come il sentiment degli individui, caratterizzato da oscillazioni tra aspettative ottimistiche e pessimistiche sulla propria salute, possa influire sulla percezione della sopravvivenza a diverse età e, in particolare, come gli shock sulla salute possano portare a sottostimare la sopravvivenza in giovane età e sovrastimarla in età avanzata. La validazione del loro modello è effettuata facendo riferimenti ai dati della piattaforma SHARE¹⁷.

Il modello proposto dagli autori assume che:

¹⁵ Hamermesh, D. S. (1985). Expectations, life expectancy, and economic behavior. *The Quarterly Journal of Economics*, 100(2), 389–408.

¹⁶ Apicella, G., & De Giorgi, E. G. (2024). A behavioral gap in survival beliefs. *Journal of Risk and Insurance*, 1–35.

¹⁷ Survey of Health, Ageing and Retirement in Europe.

1. I *survival beliefs* degli individui siano influenzati da bias comportamentali che portano a reazioni eccessive o insufficienti agli shock alla salute.
2. Le aspettative pessimistiche e ottimistiche sullo stato di salute futuro coesistono, e che gli individui aggiornano le loro convinzioni in base al sentiment prevalente, basandosi sugli shock alla salute che hanno sperimentato.
3. L'ottimismo degli individui tende a persistere nel tempo, in linea con la ricerca psicologica. Non c'è un pessimismo ipotizzato alla base, né un pattern *age-dependent* riguardo il modo in cui gli individui aggiornano le proprie opinioni.
4. Gli individui più giovani tendono a sovra reagire agli shock sulla salute (che sono meno frequenti alla loro età) mentre i più anziani li sottostimano. Il modello prevede anche che la dimensione del gap dipenda dal sentiment dell'individuo (se è pessimista o ottimista) e da quanto sia persistente quando lo shock sulla salute si realizza.

Il modello si basa su quello proposto da Barberis et al. (1998)¹⁸ riguardo a come gli individui modificano le proprie opinioni rispetto al valore fondamentale di un'azienda in seguito ad un annuncio sui profitti. Viene adattato per comprendere come gli individui aggiornino le proprie credenze rispetto alla sopravvivenza quando esposti a nuove informazioni sulla propria salute. Assumiamo, inoltre, che gli individui cambino atteggiamento tra uno pessimista e uno ottimista anche in funzione dello stato di salute che sperimentano.

Ipotizziamo che lo stato di salute di un individuo all'età x , ovvero η_x , cambi nel seguente modo:

$$\eta_{x+1} = \eta_x + y_{x+1}$$

Dove $y_{x+1} \in \{0; y\}$, $y < 0$, $y_0 = 0$ e $P[y_x = y]$ sia crescente in x , ovvero che gli individui più anziani hanno un deterioramento della propria salute più frequentemente dei giovani, e che la salute può solo deteriorare ($y < 0$).

Questo può essere interpretato come un pattern solito (*age dependant*) oppure che

¹⁸ Barberis, N., Shleifer, A., & Vishny, R. (1998). A model of investor sentiment. *Journal of Financial Economics*, 49(3), 307–343

un individuo che ha uno shock sulla propria salute assume che abbia un effetto a lungo termine e che quindi impatti rispetto alla propria probabilità di sopravvivenza.

L'individuo crede che $\{y_x\}_{x \geq 1}$ sia spiegato da uno di due modelli:

1. Modello 1 – Pessimistic expectation on future health

$\{y_x\}_{x \geq 1}$ segue una struttura à la Markov con le probabilità di transizione:

- a. $\pi_{1L} = P[y_{x+1} = 0 | y_x = 0] < 0.5$, ovvero la probabilità che, dato che non si è verificato nessuno shock sulla salute all'età x , anche all'età $x+1$ non se ne verificheranno.
- b. $\pi_{1H} = P[y_{x+1} = y | y_x = y] > 0.5$, ovvero la probabilità che, dato che si è verificato uno shock sulla salute all'età x , anche all'età $x+1$ se ne verificherà uno.

2. Model 2 – Optimistic expectation on future health

$\{y_x\}_{x \geq 1}$ segue una struttura à la Markov con le probabilità di transizione:

- a. $\pi_{2H} = P[y_{x+1} = 0 | y_x = 0] > 0.5$, ovvero la probabilità che, dato che non si è verificato nessuno shock sulla salute all'età x , anche all'età $x+1$ non se ne verificheranno;
- b. $\pi_{2L} = P[y_{x+1} = y | y_x = y] < 0.5$, ovvero la probabilità che, dato che si è verificato uno shock sulla salute all'età x , anche all'età $x+1$ se ne verificherà uno.

Sotto il Modello 1 gli individui attribuiscono una maggiore probabilità di deterioramento della propria salute nel periodo successivo, se si è verificato uno shock nel periodo corrente, mentre vale l'opposto nel caso si segua il Modello 2. Di seguito una tabella riassuntiva.

	Modello 1 – Pessimista		Modello 2 – Ottimista	
	$y_{x+1} = 0$	$y_{x+1} = y$	$y_{x+1} = 0$	$y_{x+1} = y$
$y_x = 0$	π_{1L}	$1 - \pi_{1L}$	$1 - \pi_{2H}$	π_{2H}
$y_x = y$	$1 - \pi_{1H}$	π_{1H}	$1 - \pi_{2L}$	π_{2L}

Tabella 1 - Probabilità di transizione per i due modelli

Infine, un individuo è convinto di sapere come il suo *sentiment*, s_x , cambi nel tempo. Anche $\{s_x\}_{x \geq 0}$ segue un processo di Markov con probabilità di transizione:

1. $\lambda_1 = P[s_{x+1} = 2 | s_x = 1]$, ovvero la probabilità di passare dall'essere pessimista all'essere ottimista;
2. $\lambda_2 = P[s_{x+1} = 1 | s_x = 2]$, viceversa.

Le probabilità di transizione da uno stato all'altro possono essere così sintetizzate:

	$s_{x+1} = 1$	$s_{x+1} = 2$
$s_x = 1$	$1 - \lambda_1$	λ_1
$s_x = 2$	λ_2	$1 - \lambda_2$

Tabella 2 - Probabilità di transizione del sentiment

Ci aspettiamo che λ_2 sia piccolo, riflettendo l'ipotesi tale per cui un individuo ottimista tende a rimanere tale. Il rapporto $\frac{\lambda_1}{\lambda_2 + \lambda_1}$ rappresenta la probabilità incondizionata di essere nel Modello 2, ovvero di avere delle aspettative ottimiste, ci aspettiamo che questa grandezza sia grande, in linea con il fatto che le persone tendono ad essere ottimiste.

A completamento, assumiamo che un individuo sopravviva al tempo $T = x + h$ se e solo se $\eta_T \geq \eta^*$, ovvero il livello di salute sia maggiore di una certa soglia.

Le aspettative soggettive dipendono dalla propria aspettativa riguardo lo stato di salute futuro e, quindi, sul proprio sentiment. Per cui la probabilità soggettiva per un singolo individuo che il suo stato d'animo sia concorde con il modello 1, e che quindi sia pessimista, è:

$$\sigma_x(y_x, y_{x-1}, \sigma_{x-1}) = P[s_x = 1 | y_x, y_{x-1}, \sigma_{x-1}]$$

Gli autori provvedono ad una descrizione della dinamica di tale misura.¹⁹

Definite tutte queste variabili, possiamo determinare il modo in cui si formano (secondo il modello) le probabilità soggettive. La probabilità, per un individuo di età

¹⁹ Apicella, G., & De Giorgi, E. G. (2024). A behavioral gap in survival beliefs. *Journal of Risk and Insurance*, Appendix A – A.1 (Lemma 1)

x , di sopravvivere all'età $T = x + h$, date le informazioni sul proprio stato di salute e i recenti shock sulla propria salute:

$${}_h p_x^{subj}(\eta_x, y_x, y_{x-1}, \sigma_x) = P[\eta_{x+h} > \eta^* | \eta_x, y_x, y_{x-1}, \sigma_x]$$

Anche in questo caso, è indicata la dinamica di tale probabilità.²⁰

Definito il *framework* teorico del modello, i risultati dell'analisi empirica posta in essere dagli autori, oltre che a validare il modello, possono portare a diverse riflessioni, reinterpretabili in chiave di fattori determinanti per la definizione di una riforma nell'architettura del *welfare*.

Nei risultati ottenuti dall'analisi empirica, possiamo ritrovare la situazione rappre-

sentata nella Figura 5, la quale confronta le probabilità medie soggettive e oggettive di osservare uno shock alla salute. Notiamo che, in media, le probabilità soggettive sono più elevate per gli individui più giovani, mentre il contrario vale per gli individui più anziani. Poiché gli individui più anziani sperimentano shock alla salute più frequentemente, tendono a reagire in modo meno deciso a nuovi shock. Tali risultati sono già riscontrati nella letteratura.²¹

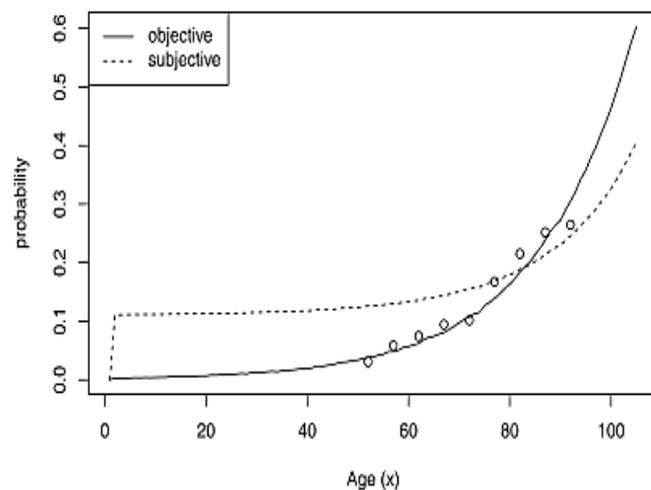


Figura 5 – Confronto tra probabilità soggettive e oggettive di shock sulla salute; Fonte: Apicella – De Giorgi (2024)

tano shock alla salute più frequentemente, tendono a reagire in modo meno deciso a nuovi shock. Tali risultati sono già riscontrati nella letteratura.²¹

Sulla riga di quanto proposto negli ultimi anni dall'economia comportamentale, viene evidenziata l'importanza dell'aspetto cognitivo rispetto alla formazione di decisioni economiche. Calato sul lato previdenziale/assicurativo, il lavoro riconosce l'esistenza del "*survival gap*", ovvero la discrepanza tra le credenze soggettive di

²⁰ Apicella, G., & De Giorgi, E. G. (2024). A behavioral gap in survival beliefs. *Journal of Risk and Insurance*, Appendix A – A.2 (Lemma 2)

²¹ Wurm, S., Tomasik, M. J., & Tesch-Römer, C. (2009). Serious health events and their impact on changes in subjective health and life satisfaction: The role of age and a positive view on ageing. *European Journal of Ageing*, 5(2), 117–127.

sopravvivenza degli individui e le probabilità oggettive calcolate secondo le tecniche attuariali.

Il disallineamento tra le misure di probabilità è strettamente connesso al concetto di *health literacy*, si può desumere che minore sia il livello in alfabetizzazione in tale ambito, maggiore sia il divario misurato.

Una bassa capacità di leggere e interpretare informazioni sulla propria salute, e quindi la sottostima o sovrastima dell'impatto che uno shock sulla salute può avere in termini di sopravvivenza, ha come conseguenza principale che gli individui potrebbero non usufruire correttamente degli strumenti di prevenzione e/o assistenza disponibili. È facilmente intuibile, allora, che il suddetto condizionamento della condotta abbia, inevitabilmente, implicazioni anche sulla longevità degli individui in quanto potrebbero prendere delle decisioni non sempre ottimali riguardo la tutela del proprio stato di salute.

Tale gap ha effetti anche in termini di decisioni economiche. Se le probabilità soggettive di sopravvivenza differiscono in maniera significativa da quelle attuariali, gli individui potrebbero percepire come *unfair* il pricing dei prodotti assicurativi legati alla sopravvivenza, risultando disincentivati all'acquisto degli stessi.

La presenza dello scostamento tra le probabilità può spiegare, inoltre, perché il rischio LTC sia, attualmente, sotto-assicurato. L'assenza di una corretta valutazione di tale rischio potrebbe, in effetti, essere associata a fattori comportamentali e di percezione, influenzati a loro volta dall'*health literacy*.

In generale, l'educazione alla salute può svolgere un ruolo chiave, influenzando la formazione delle probabilità soggettive e la reazione agli eventi relativi alla salute. Un intervento mirato potrebbe migliorare la capacità delle persone di prendere decisioni informate sulla base delle informazioni sulla salute.

1.5. Considerazioni

Nel corso di questo capitolo, abbiamo esplorato l'aspetto demografico dell'aspettativa di vita e dell'aspettativa di vita in salute, mettendo in luce le criticità che sorgono dalla crescente longevità della popolazione. Attraverso un'analisi, abbiamo compreso come la riforma del sistema pensionistico giochi un ruolo cruciale

nell'affrontare le implicazioni finanziarie e sociali di questo cambiamento demografico.

La riforma del sistema pensionistico, come discusso, si configura come una risposta necessaria per garantire la sostenibilità economica e sociale in un contesto di invecchiamento della popolazione. Tuttavia, emerge chiaramente che la semplice ristrutturazione del sistema pensionistico non è sufficiente. Elementi chiave di questa riforma risiedono nella promozione di una duplice educazione, quella economico-finanziaria e quella sanitaria.

L'educazione economico-finanziaria offre agli individui la chiave per comprendere a pieno il funzionamento del sistema pensionistico, dalla struttura dei pilastri pubblici e privati fino alle diverse opzioni di investimento disponibili. Attraverso la consapevolezza e la comprensione delle dinamiche finanziarie, le persone possono prendere decisioni informate riguardo al proprio futuro pensionistico.

La gestione consapevole delle risorse finanziarie diventa essenziale in un contesto di longevità crescente. L'educazione finanziaria permette agli individui di pianificare a lungo termine, considerando gli aspetti dell'economia, come l'inflazione ed il funzionamento dei tassi di interesse, nonché i cambiamenti delle proprie esigenze finanziarie nel corso del tempo. Inoltre, essa incoraggia la diversificazione degli investimenti, la comprensione dei rischi e delle opportunità di ciascuna opzione.

Questa consapevolezza è cruciale per mitigare i rischi finanziari e favorire una transizione più agevole verso il periodo di anzianità, durante il quale l'individuo potrebbe interfacciarsi a diversi rischi sanitari.

Proprio per quest'ultimo motivo, l'educazione alla salute svolge un ruolo altrettanto importante. La presenza di rischi sanitari mina inevitabilmente il benessere generale della popolazione anziana. L'acquisizione di conoscenze sulla gestione della salute può contribuire a ridurre l'impatto delle malattie croniche, in quanto diffonderebbe anche la cultura della prevenzione. L'educazione sanitaria, infatti, renderebbe gli individui maggiormente consapevoli dei sintomi delle diverse patologie, consentendo un intervento tempestivo rispetto alla ripresa del proprio stato di salute e migliorando, in questo modo, la qualità della vita.

Pertanto, una riforma pensionistica completa deve essere accompagnata da programmi educativi che promuovano non solo stili di vita sani e la gestione attiva della salute individuale, ma anche l'acquisizione di strumenti per l'analisi critica di informazioni sanitarie.

In aggiunta, il rischio di assistenza a lungo termine (LTC) emerge come una sfida significativa che richiede un approccio consapevole. È importante riconoscere che i fondi pubblici da soli possono trovarsi in difficoltà nel coprire appieno questa esigenza crescente, sottolineando l'importanza dell'apporto del settore privato.

La consapevolezza di tale rischio, unita a una conoscenza approfondita delle opzioni disponibili, diventa cruciale per individui e famiglie. Le coperture LTC offerte dal settore privato rappresentano strumenti essenziali per gestire il rischio in modo efficace, fornendo una assistenza finanziaria in situazioni di cronicità. In questo contesto, l'educazione svolge un ruolo fondamentale nel garantire che le persone comprendano appieno le implicazioni finanziarie del rischio LTC e siano in grado di prendere decisioni informate riguardo alle soluzioni di copertura disponibili sul mercato.

In conclusione, la chiave per il successo della riforma del sistema pensionistico risiede nella sinergia tra educazione economica e sanitaria. Questa duplice educazione non solo permette alle persone di comprendere appieno i meccanismi della riforma, ma crea anche una base solida per la costruzione di un futuro in cui l'invecchiamento sia sinonimo di benessere e realizzazione personale. Solo attraverso l'investimento nella conoscenza, sia finanziaria che sanitaria, possiamo garantire una transizione equilibrata verso una società in cui la longevità sia, a pieno, sinonimo di qualità della vita e non, come accade oggi, un incremento della durata di vita che, nella maggior parte dei casi, avviene in condizioni di non autosufficienza e senza le risorse finanziarie sufficienti per gestirla. L'ottimale gestione del rischio LTC, come sopra accennato, richiede un approccio collaborativo tra settore pubblico e privato, e la consapevolezza e l'educazione sono elementi essenziali per mitigarlo.

Capitolo 2 – Gestione del rischio di assistenza a lungo termine

Introduzione

Il secondo capitolo si focalizza sull'importante questione della non autosufficienza negli anziani e sull'efficacia delle coperture per l'assistenza a lungo termine (LTC) come soluzione. Negli ultimi decenni, l'invecchiamento della popolazione ha portato ad un aumento significativo delle persone non autosufficienti, creando sfide sempre più pressanti per i sistemi sanitari e previdenziali.

Verrà esaminato approfonditamente come le coperture LTC possano affrontare in modo innovativo il problema della non autosufficienza, venendo utilizzati in una combinazione strategica di benefici pensionistici e assistenziali. Questa integrazione mirata mira a fornire un sostegno finanziario cruciale per affrontare le esigenze crescenti di assistenza a lungo termine.

Tuttavia, nonostante il potenziale benefico delle coperture LTC, esistono sfide significative associate alla loro diffusione e utilizzo efficace. Una delle principali difficoltà risiede nella scarsa consapevolezza dei rischi di non autosufficienza tra gli individui, che spesso sottostimano la probabilità e l'impatto di questa condizione sulla loro vita futura. Inoltre, la complessità nella determinazione delle basi tecniche per la gestione del rischio LTC può limitare l'efficacia e la sostenibilità di tali coperture nel lungo termine.

Saranno approfonditi i modelli attuariali utilizzati per valutare e gestire il rischio associato alle coperture LTC. Questi modelli forniscono una base essenziale per la comprensione dei fattori che determinano la valutazione delle coperture LTC, contribuendo a valutare come garantirne la sostenibilità finanziaria.

Sarà prestata attenzione anche al tema dei requisiti patrimoniali ad esse associati.

Attraverso questa esplorazione approfondita, si cercherà di comprendere appieno il ruolo delle coperture LTC nella gestione della non autosufficienza e nell'affrontare le sfide connesse, fornendo un quadro esaustivo delle opportunità e delle criticità di questa importante area della previdenza e dell'assistenza sanitaria.

2.1. Rischio di assistenza a lungo termine

Il rischio di assistenza a lungo termine si riferisce al rischio finanziario derivante dalla necessità di assistenza e cure a lungo termine dovute a disabilità, malattie croniche o altre condizioni che limitano l'autosufficienza dell'individuo per un periodo prolungato. Come accennato nel capitolo precedente, tale rischio si presenta come una delle preoccupazioni centrali legate all'invecchiamento della popolazione.

La crescente longevità porta con sé un aumento della probabilità di affrontare condizioni di salute croniche o di disabilità che richiedono assistenza a lungo termine. Inoltre, il crescente numero di persone anziane e la prolungata aspettativa di vita pongono notevoli pressioni sui sistemi pubblici di assistenza sanitaria e sociale.

A livello nazionale l'Indagine Multiscopo ISTAT sulle "Condizioni di salute, fattori di rischio e ricorso ai servizi sanitari" (1991, 1994, 1999, 2005, 2013) è l'unica fonte nazionale disponibile per la rilevazione della non autosufficienza. Analizzando i risultati più recenti (2013), e confrontandoli con quelli della precedente rilevazione (2005), emergono risultati – seppur non attuali – di rilievo.

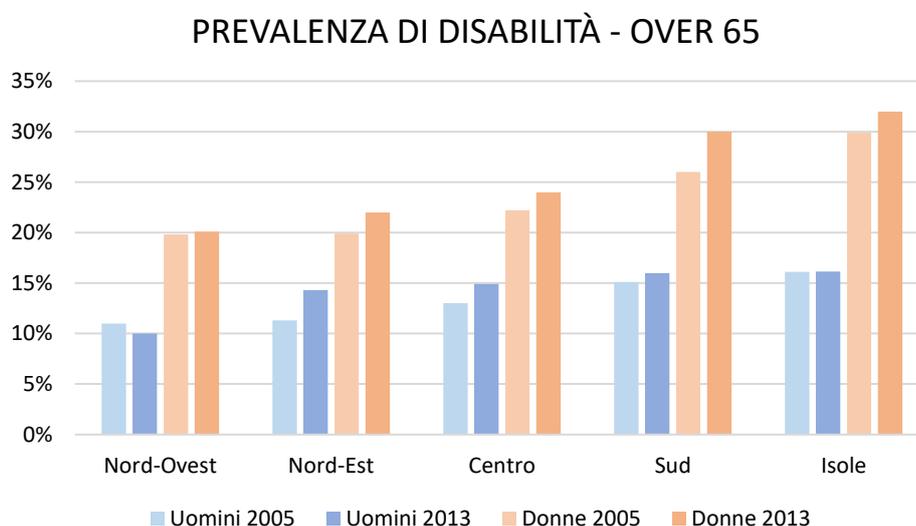


Figura 6 – Percentuale di over 65 con limitazioni funzionali gravi, per anno, sesso e area geografica. Fonte: ISTAT, Condizioni di salute, fattori di rischio e ricorso ai servizi sanitari

Con riferimento alla Figura 6²², notiamo una chiara immagine, anche in tema di salute, della disuguaglianza regionale e di genere.

²² Rielaborazione della Figura 1 presente in "Salute in Italia e livelli di tutela: approfondimenti dalle indagini ISTAT sulla salute", Istituto Superiore di Sanità (2016), p. 32.

Le donne presentano un tasso di limitazioni funzionali gravi che è circa il doppio di quello rilevato per gli individui di sesso maschile, indipendentemente dall'area geografica di rilevazione, risultando omogeneo dal punto di vista regionale, e generalmente in crescita nel tempo; infatti, come già accennato nel capitolo precedente, esse sono più esposte a patologie più invalidanti.

Le aree meridionali del paese sono quelle che presentano un maggior tasso di disabilità per gli individui over 65, considerando che l'aspettativa di vita a 65 anni (Figura 7), negli stessi anni, non presenta particolari differenze regionali, si nota che la qualità di vita – in termini di salute – nel meridione è significativamente più bassa. Alla luce delle condizioni economiche svantaggiose in cui versa il sud Italia, tale dato risulta ancora più significativo.

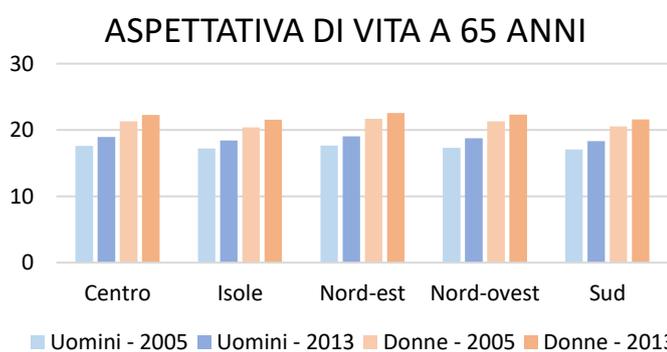


Figura 7 – Aspettativa di vita a 65 anni per anno, sesso e area geografica. Fonte: ISTAT

Dall'analisi di questi dati notiamo come gli individui più deboli dal punto di vista sociale ed economico siano anche quelli più colpiti dalla disabilità. Infatti, con riferimento alla Figura 8, constatiamo come ci sia un'associazione tra stato di salute e condizione economica.

STATO DI SALUTE E CONDIZIONE ECONOMICA - OVER 65

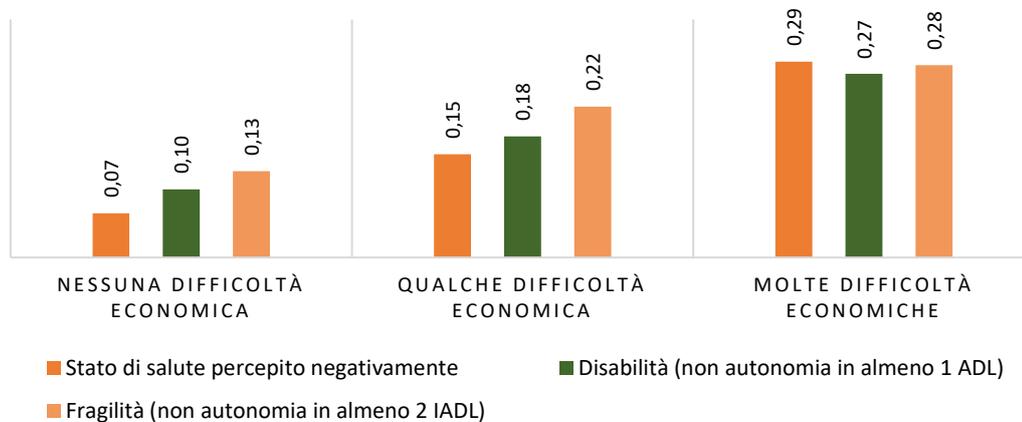


Figura 8 – Stato di salute e condizione economica per individui over 65. Fonte: Istituto superiore di sanità. PASSI d'Argento 2017-2020.

Notiamo che, generalmente, al crescere delle difficoltà economiche lo stato di salute – sia oggettivo che percepito – peggiora. Tale situazione potrebbe essere legata ad una serie di cause, potrebbe essere dovuto al fatto le persone economicamente svantaggiate tendono ad essere meno istruite, le quali, tipicamente, pongono in essere meno frequentemente comportamenti legati alla prevenzione; un'ulteriore motivazione potrebbe essere che le fasce più deboli economicamente non possono accedere facilmente alle cure in quanto, da un lato, il sistema sanitario nazionale ha elevati tempi di attesa, dall'altro, essi non dispongono delle risorse sufficienti per il ricorso all'assistenza privata; inoltre, un'ulteriore ipotesi è che la condizione economica sia stata determinata dallo stato di salute, infatti i costi legati alla disabilità sono talvolta tali da erodere rapidamente i risparmi, dato che la disabilità stessa può essere molto onerosa.

Tuttavia, qualunque sia la causa della situazione rappresentata dalla Figura 8, emerge un problema sociale di estrema rilevanza: non sono poste delle misure di assistenza adeguate per proteggere gli anziani economicamente più deboli, i quali – oltre alle difficoltà e alle discriminazioni subite a causa del loro status economico – si ritrovano a dover affrontare una vita in condizioni di non autosufficienza senza poter potenzialmente accedere alle misure necessarie per un'assistenza adeguata.

Questo fenomeno non solo può evidenziare gravi disparità nell'accesso ai servizi sanitari e di assistenza, ma contribuisce anche a perpetuare il ciclo di povertà e marginalizzazione per gli anziani vulnerabili. Le politiche pubbliche dovrebbero affrontare con urgenza queste sfide sociali, garantendo un sostegno adeguato e un accesso equo ai servizi di assistenza e cura per tutti, con maggior riguardo ai soggetti più bisognosi.

Inoltre, è essenziale considerare che coloro che dispongono di maggiori risorse finanziarie si assumano la responsabilità di contribuire in modo più sostanziale ai costi dell'assistenza per coloro che sono economicamente più deboli. Questa distribuzione equa dei costi è fondamentale per garantire un accesso universale ai servizi di assistenza, specialmente quando le risorse pubbliche risultano insufficienti.

Ancora, il ricorso alle coperture private da parte di coloro che hanno la disponibilità economica per accedervi, contribuirebbe ad alleggerire il carico sul sistema

pubblico, promuovendo il concetto di mutualità e rispettando il ruolo di ogni individuo all'interno della società.

Inoltre, ritornando a quanto analizzato nella Figura 6, è importante ribadire che ciò che emerge è che le donne e gli individui provenienti da regioni dell'Italia meridionale sono i più colpiti dalla disabilità che, allo stesso tempo, sono spesso tra le categorie più economicamente svantaggiate e vulnerabili alle disuguaglianze.

Queste disparità rendono ancora più urgente la necessità di una redistribuzione equa dei costi dell'assistenza, affinché coloro che sono più abbienti possano contribuire in modo proporzionato a sostenere coloro che hanno maggiori difficoltà economiche e sociali. Questo approccio promuove un senso di solidarietà e inclusione sociale, fondamentale per garantire che tutti gli individui, indipendentemente dalle circostanze, abbiano accesso ai servizi necessari per vivere in modo dignitoso e sostenibile.

Si tratta di un sacrificio condiviso in nome della solidarietà e della coesione sociale, garantendo che nessuno venga lasciato indietro nella ricezione di cure e assistenza necessarie.

2.2. Coperture Long Term Care

Nell'ambito della riforma del *welfare*, la sostenibilità del sistema pensionistico e di adeguate misure assistenziali emerge come una delle principali sfide da affrontare, soprattutto considerando l'invecchiamento della popolazione e la crescente domanda di assistenza a lungo termine.

Sebbene l'educazione economica e sanitaria svolga un ruolo fondamentale nel fornire agli individui gli strumenti necessari per comprendere i meccanismi alla base delle riforme e per affrontare le sfide legate all'invecchiamento, essa non è sufficiente a garantire un futuro sicuro e prospero per gli individui anziani.

È altrettanto importante, infatti, individuare soluzioni concrete che possano consentire sia di affrontare in modo diretto e pragmatico il rischio LTC, sia integrare efficacemente i sistemi pubblici esistenti, sia garantire una protezione adeguata per la popolazione anziana. Emerge, quindi, la necessità di esaminare attentamente le potenzialità degli strumenti privati per integrare e supportare le reti pubbliche.

Tra questi strumenti, le coperture per l'assistenza a lungo termine (LTC) offerte dal settore privato svolgono un ruolo significativo nell'affrontare le problematiche appena esposte, possono, infatti, svolgere un ruolo complementare nell'assicurare una maggiore sostenibilità economica e sociale.

Una polizza *Long Term Care* viene definita come un'assicurazione che copre le spese derivanti dall'impossibilità di svolgere autonomamente le normali funzioni della vita quotidiana (azioni semplici come muoversi, lavarsi e mangiare), con conseguente menomazione dell'autosufficienza, non necessariamente dovuta a malattia o infortunio, ma anche a senescenza²³.

Si comprende come queste coperture siano un tipo di polizza assicurativa progettata per fornire una protezione finanziaria agli individui che diventano non autosufficienti a causa dell'invecchiamento, di una malattia cronica o di un incidente.

La non autosufficienza è valutata in base alle cosiddette azioni della vita quotidiana, conosciute come ADL (*Activity of Daily Living*). Queste comprendono attività fondamentali come lavarsi, vestirsi, camminare e mangiare autonomamente. Se una persona è incapace di svolgere una o più di queste attività, si configura una condizione di non autosufficienza, che può essere equiparata a una forma di invalidità.

Queste polizze coprono una varietà di servizi, tra cui l'assistenza domiciliare, l'assistenza in strutture residenziali e la cura specialistica, ma anche la semplice erogazione di una rendita o capitale, fornendo un sostegno finanziario essenziale per affrontare le spese legate alla non autosufficienza. In generale, i benefici di una copertura LTC possono essere classificati in:

Benefici di un importo predefinito. In questo caso i benefici possono essere sia di importo fisso, stabilito nelle condizioni della polizza, sia un beneficio c.d. graduato. Un beneficio graduato è un beneficio il cui importo è determinato in base al grado di disabilità, cioè alla gravità della disabilità stessa; la gravità deve essere valutata facendo affidamento su un sistema di punteggio, ad esempio la scala ADL. I benefici di un importo predefinito possono essere forniti sia da una copertura LTC stand-

²³ Portale dell'educazione finanziaria - www.quellocheconta.gov.it/

alone che da diversi tipi di prodotti combinati.

Benefici di rimborso. Questa categoria include prodotti assicurativi LTC che forniscono il rimborso delle spese sostenute per la gestione dell'invalidità.

Benefici sotto forma di servizi. I prodotti assicurativi LTC che forniscono benefici di servizio di assistenza di solito si basano su un accordo tra un'azienda assicurativa e un'istituzione che funge da fornitore di assistenza.

È necessario ricordare, tuttavia, che le prestazioni sono tipicamente temporanee: esse possono esaurirsi anche prima del decesso, lasciando l'individuo in una condizione di non autosufficienza, ma avendolo comunque supportato per un periodo consistente dell'invalidità.

All'articolo 2 del Codice delle Assicurazioni Private, ritroviamo la classificazione dei rischi per rami, analizzandolo possiamo ricavare un quadro chiaro per l'attribuzione delle coperture *long term care* dei diversi rami assicurativi.

Nel contesto delle assicurazioni sulla vita, le coperture *long term care* sarebbero classificate nel ramo IV. La prestazione fornita in caso di necessità è generalmente sotto forma di erogazione di una rendita, garantendo un sostegno finanziario continuativo per affrontare le spese legate all'assistenza a lungo termine.

D'altra parte, nel contesto delle assicurazioni contro i danni, le coperture *long term care* sarebbero collocate nel ramo 2. Queste polizze offrono una protezione contro il rischio di non autosufficienza e forniscono un risarcimento, totale o parziale, per il costo dell'assistenza necessaria. Tale assistenza può essere erogata direttamente o sotto forma di rimborso, a seconda delle condizioni contrattuali e del massimale assicurato.

In entrambi i casi, l'obiettivo principale delle coperture LTC è quello di garantire una sicurezza finanziaria e assistenziale per coloro che potrebbero trovarsi in una situazione di non autosufficienza a causa di malattia, infortunio o avanzamento dell'età. La loro collocazione precisa dipenderà dalle normative specifiche e dalla natura delle prestazioni offerte, che possono variare tra erogazione di rendite e risarcimenti diretti o indiretti.

2.2.1. Tipologie di coperture Long Term Care

Più nel dettaglio, le coperture per l'assistenza a lungo termine (LTC) possono essere fornite in varie forme, con riferimento a quanto appena detto, distinguiamo principalmente i prodotti *stand-alone* da quelli combinati.

Le coperture *stand-alone* fanno riferimento a due modelli principali: Modello Vita e Modello Malattia.

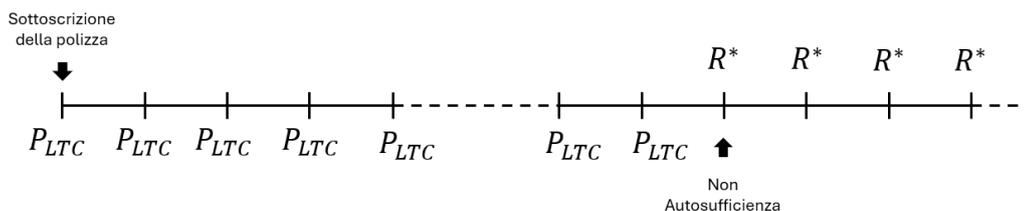


Figura 9 – Schema LTC Stand-Alone Modello Vita

Nel caso di coperture LTC stand-alone modello vita, l'importo della rata per la non autosufficienza (R^*) viene fissato al momento della sottoscrizione del contratto, mentre il contraente è chiamato a versare il premio (P_{LTC}) per il periodo previsto e fintanto che l'assicurato è sano e autosufficiente. Quando tale soggetto diventa bisognoso di assistenza, viene sospeso il pagamento degli eventuali premi futuri non ancora versati ed inizia ad essere corrisposta la rendita. I benefici in questo caso sono di tipo fisso, ma è possibile prevedere uno schema con benefici graduati.

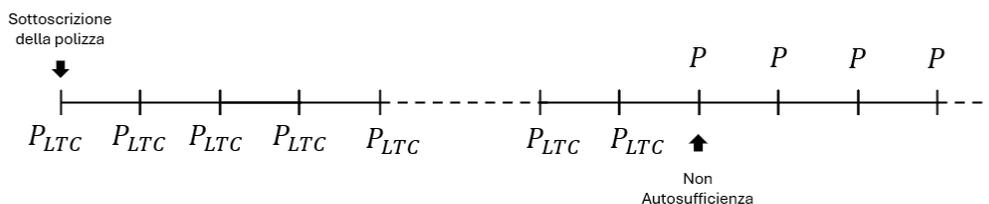


Figura 10 – Schema LTC Stand-Alone Modello Malattia

Nel caso del modello malattia viene fissato il massimale annuo assicurato fino al cui esaurimento verrà liquidata la prestazione (P) di non autosufficienza in una delle forme previste dal contratto. Tale copertura, infatti fornisce il rimborso (parziale) delle spese relative ai bisogni di LTC, prevedendo solitamente limitazioni sulle spese ammissibili. Inoltre, sono previste sia franchigie che i massimali,

indicati nelle condizioni della polizza. I benefici, in questo caso, possono essere sia sotto forma di servizi che di rimborso spese.

Dal punto di vista previdenziale e di supporto al sistema di *welfare*, le polizze LTC combinate si rivelano fondamentali. Offrono una copertura aggiuntiva alle cure a lungo termine, alleviando il carico finanziario sul sistema pubblico e garantendo maggiore flessibilità nelle scelte assistenziali, contribuendo così a una gestione più efficiente delle risorse pubbliche. Nei casi in cui le coperture siano combinate con forme previdenziali, possono essere di tipo aggiuntivo o integrativo.

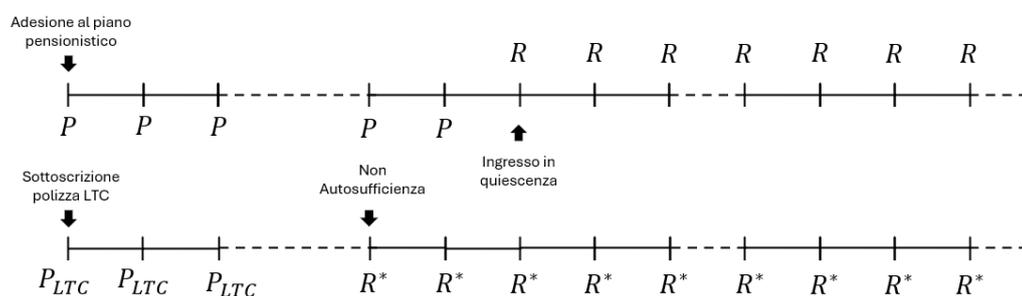


Figura 11 – Schema LTC Aggiuntiva alla pensione semplice

Nelle LTC aggiuntive alla pensione le prestazioni previdenziali e quelle LTC sono separate e distinte, ciò significa che i premi vengono pagati separatamente per ciascuna prestazione e questo permette di evidenziare chiaramente le due prestazioni e di gestirle in modo indipendente. Nel caso più semplice, ovvero quello mostrato in Figura 9, le coperture *totalmente* separate: le due prestazioni sono sganciate, se la non autosufficienza si presenta prima dell'entrata in quiescenza sarà erogata direttamente la prestazione LTC, non importa, quindi, se si verificherà prima o dopo del compimento dell'età pensionabile. Raggiunta tale età si percepisce la rata legata al piano pensionistico. Il vantaggio per il contraente, in questo caso, è che si uniscono due contratti in un'unica copertura e si riducono così le spese di gestione. Oltre alla tipologia appena illustrata ne esistono altre:

1. Copertura LTC aggiuntiva differita con accumulo e controassicurazione. In questo caso, si ha un periodo di accumulo durante il quale vengono versati premi sia per la pensione che per la LTC. La non autosufficienza è coperta solo dopo il periodo di accumulo, è quindi previsto un periodo di differimento, con la

possibilità di ottenere un capitale in caso di non autosufficienza prima del raggiungimento dell'età pensionabile, grazie alla presenza della controassicurazione.

2. Copertura LTC aggiuntiva differita senza controassicurazione: Simile al caso precedente, ma senza l'opzione della controassicurazione. La copertura della non autosufficienza si attiva dopo il periodo di accumulo, con la possibilità di sospensione dei premi in caso di non autosufficienza prematura.
3. Copertura LTC aggiuntiva abbinata ad una copertura caso morte: Questa combinazione offre una copertura sia per la non autosufficienza che per il caso di morte. La prestazione per la non autosufficienza può essere erogata insieme o indipendentemente dalla prestazione in caso di morte.

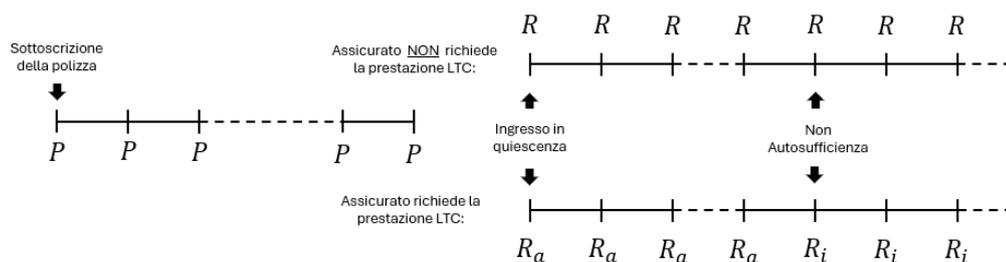


Figura 12 – Schema LTC Integrata alla pensione

Nel caso di LTC integrata alla pensione, conosciuta anche come *life care annuity* o *enhanced pension*, la componente pensionistica è la principale e la LTC è complementare, questo si traduce nell'evenienza per cui la cessazione della prestazione previdenziale comporta *necessariamente* il venir meno della complementare. La copertura LTC è parte integrante della prestazione previdenziale e viene finanziata da un unico premio. Non c'è una distinzione netta tra le prestazioni previdenziali e quelle LTC e il pagamento dei premi serve a coprire entrambe le prestazioni.

Al termine del periodo di accumulo, durante il quale vengono versati i contributi previdenziali, si entra nella fase di quiescenza, coincidente con il raggiungimento dell'età pensionabile. È solo in questo momento che il contraente-assicurato ha diritto a richiedere l'erogazione di una rendita per la non autosufficienza. Prima di questa fase, non ha versato alcun premio per coprire tale rischio.

A questo punto si delineano due possibili scenari. Il soggetto non esercita l'opzione per la non autosufficienza, quindi percepirà esclusivamente le rate pensionistiche (R) determinate sulla base dei contributi versati, nulla sarà dovuto in caso di non autosufficienza. Qualora esercitasse l'opzione, nel periodo in cui non è bisognoso di assistenza percepirà una rendita inferiore a quella pensionistica pattuita (R_a), sostenendo così un costo, per poi ottenere una rata maggiore (R_i) in caso di non autosufficienza. In quest'ultimo caso è come se venisse pagato un premio periodico pari alla differenza $R - R_a$, da corrispondere fino a quando il soggetto è vivo ed autosufficiente.

Il focus di questo lavoro sarà su questa tipologia di prodotti, i quali sono progettati per gestire in modo efficace il rischio di non autosufficienza e offrire una soluzione integrata a tali problematiche cruciali. Questi prodotti integrati combinano i rischi legati alla longevità e alla disabilità, offrendo una soluzione finanziaria e assistenziale completa per gli anziani.

Le life care annuities consentono di trasferire una parte dei benefici pensionistici in benefici per l'assistenza a lungo termine, garantendo una copertura continua e sostenibile per le future esigenze di assistenza. Questo modello promuove maggiore sicurezza finanziaria e protegge gli individui dagli impatti finanziari e sanitari associati all'invecchiamento.

L'integrazione di questi due aspetti critici, longevità e non autosufficienza, in un unico prodotto rappresenta un approccio integrato che mira a migliorare la qualità della vita degli anziani, consentendo loro di affrontare le sfide dell'invecchiamento in modo più tranquillo e sicuro.

2.3. Modelli attuariali per le coperture Long Term Care

Come appena accennato, le coperture LTC – almeno dal punto di vista concettuale – rappresenterebbero una soluzione concreta al problema di non autosufficienza che, come introdotto inizialmente, risulta essere un fenomeno sempre più rilevante, consentendo, inoltre, di alleggerire il peso dell'assistenza sulla spesa pubblica, promuovendo il secondo pilastro della previdenza che, attualmente, non risulta essere adeguatamente utilizzato.

Si incontrano, tuttavia, particolari problematiche nella sua commercializzazione.

A causa della scarsa educazione alla salute, gli individui non conoscono, o almeno non in maniera adeguata, le future problematiche che potrebbero impattare rispetto al proprio stato di salute. Tale situazione li porta a formare delle opinioni riguardo le probabilità di diventare non autosufficienti differenti rispetto a quelle attuariali, portando i soggetti stessi a non percepire come corretto il premio delle coperture *long term care*.

D'altro canto, anche se disponessero degli strumenti e delle capacità per comprendere le informazioni rispetto alla salute futura, resterebbe il problema legato all'educazione economico-finanziaria, quindi alla scarsa conoscenza delle logiche finanziarie alla base di alcuni prodotti, implicando una non completa comprensione del funzionamento delle coperture di questo tipo.

Oltre a problematiche di tipo sociale, che impattano rispetto alla vendita di tali prodotti, contribuendo negativamente alla domanda delle coperture stesse, un ulteriore problema riguarda l'adeguata determinazione delle basi tecniche, in quanto i dati necessari per l'implementazione degli adeguati modelli attuariali non sono facilmente rinvenibili.

Queste considerazioni portano all'aumento del premio richiesto dalle compagnie, per vari motivi.

La scarsa educazione degli individui contrae la domanda, generando particolari difficoltà nella gestione tecnica della polizza, infatti, dal punto di vista statistico-attuariale, il rischio è ripartito tra meno soggetti e ciò si traduce in un prezzo più elevato.

Sia la scarsa domanda di tali prodotti – la quale rende difficile, tra le tante cose, l'applicazione della legge dei grandi numeri – sia la qualità dei dati alla base delle basi tecniche, richiedono maggiore prudenza alla compagnia, la quale comporta un maggior caricamento di sicurezza che fa lievitare il premio pagato, considerando anche che l'elevata incertezza genera anche dei costi in termini di requisiti patrimoniali richiesti che vengono, almeno in parte, ulteriormente caricati nella tariffa.

Tutti questi elementi, alla luce delle opinioni soggettive degli individui analizzate già precedentemente, contribuiscono ulteriormente a far percepire tale premio come

non corretto, dando vita ad un circolo vizioso che, se non interrotto, potrebbe rendere difficile la diffusione di tali prodotti.

Prima di procedere con delle possibili soluzioni che si potrebbero valutare, è necessario soffermarsi sui modelli attuariali da impiegare per la valutazione di questi prodotti, in modo da poter comprendere, determinati i fattori di rischio, su quali elementi interni si potrebbe eventualmente agire per alleggerire il pricing.

2.3.1. Modelli multistato

Gli eventi che riguardano lo stato di salute degli individui vengono, solitamente, rappresentati mediante dei modelli di tipo multistato, con l'obiettivo di descrivere la storia dell'assicurato, valutando i possibili stati in cui si può trovare durante il periodo di copertura, in ciascun istante di tempo.

Assumiamo, quindi, che l'evoluzione del rischio assicurato possa essere descritto dalla presenza del rischio stesso, in ogni istante di tempo, in un determinato stato, appartenente ad un insieme di stati, detto anche spazio degli stati. Un individuo, tra un istante ed un altro, può rimanere nello stesso stato, oppure transitare in uno successivo.

Alla luce delle finalità dell'analisi, ci concentriamo su un modello multistato che prevede solo tre stati: attivo, invalido e deceduto, secondo la seguente rappresentazione grafica:

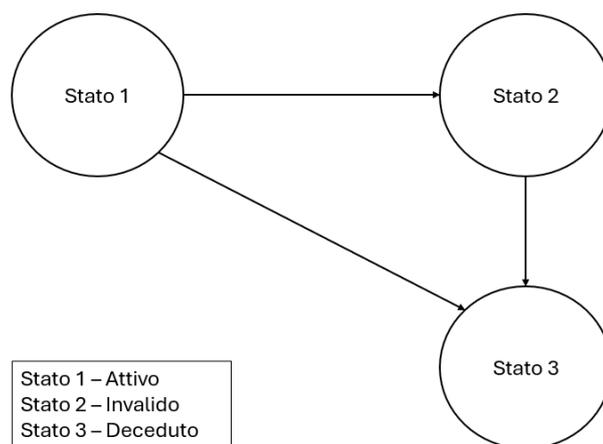


Figura 13 – Modello multistato per le coperture LTC

Come si può percepire, non vi sono stati transitori, ovvero stati in cui è possibile rientrare una volta usciti, lo stato 1 (attivo) e lo stato 2 (invalido) sono entrambi stati strettamente transitori, ovvero stati in cui tale possibilità non è concessa, la transizione è concessa solo in uscita: stiamo ipotizzando, quindi, che non sia possibile per un invalido ritornare ad essere attivo, il che semplifica la modellizzazione degli stati in quanto evita di dover stimare il tasso di riattivazione degli invalidi. Lo stato 3 (decesso) è, ovviamente, uno stato assorbente, in quanto non è possibile uscire una volta entrati.

Definiamo con \mathcal{L} lo spazio degli stati. Alla luce delle ipotesi formulate, esso sarà:

$$\mathcal{L} = \{1,2,3\}$$

Questo ci permette di definire l'insieme delle possibili transizioni \mathcal{T} , ovvero un sottoinsieme di tutte le possibili coppie (i, j) con $i \neq j; i, j \in \mathcal{L}$. Nel nostro caso le transizioni possibili sono:

$$\mathcal{T} = \{(1,2); (1,3); (2,3)\}$$

Questi due insiemi definiscono il modello multistato, il quale descrive le possibilità legate ad un rischio assicurato, quindi la possibile evoluzione dello stesso.

Definiamo con $S(t)$ lo stato occupato dal rischio al tempo t . Assumiamo che $S(0) = 1$, ovvero che al momento in cui la copertura è stipulata il soggetto sia attivo. L'approccio che verrà usato sarà un approccio a tempo discreto.

Il processo $\{S(t); t = 0,1,2, \dots\}$ è un processo stocastico a tempo discreto, che assume valori definiti in \mathcal{L} , t viene solitamente chiamata “senority” e rappresenta la durata della polizza, nel nostro caso è espresso in anni. È possibile definire con $\{s(t)\}$ la serie delle realizzazioni di $\{S(t)\}$.

Nel contesto dei modelli multistato è importante introdurre i processi markoviani, iniziamo definendo una catena di Markov tempo discreto.

Consideriamo il generico processo $\{S(t); t = 0,1,2, \dots\}$ che assume valori definiti in \mathcal{L} . Diciamo che $\{S(t); t = 0,1,2, \dots\}$ è una catena di Markov a tempo discreto se, per ogni n e per ogni insieme di tempi interi $0 \leq t_0 < t_1 < \dots < t_n < u$ che corrispondono, rispettivamente, all'insieme di stati $1, i_0, i_1, \dots, i_n, j$, la seguente

proprietà – definita proprietà di Markov – è soddisfatta:

$$\begin{aligned} \Pr\{S(u) = j | S(0) = 1 \wedge S(t_0) = i_0 \wedge S(t_1) = i_1 \wedge \dots \wedge S(t_n) = i_n\} \\ = \Pr\{S(u) = j | S(t_n) = i_n\} \end{aligned}$$

Ovvero che la probabilità che il rischio si trovi allo stato j al tempo u dipenda esclusivamente dallo stato in cui il rischio si trovava al tempo precedente. In generale,

$$\Pr\{S(u) = j | S(t) = i\}$$

è definita probabilità di transizione, solitamente viene indicata con $P_{ij}(t, u)$.

Queste sono delle misure di probabilità, quindi è sempre vero che:

1. $0 \leq P_{ij}(t, u) \leq 1, \quad \forall i, j \in \mathcal{L}, t \in [0, u[\subseteq \mathbb{N}$
2. $\sum_{j \in \mathcal{L}} P_{ij}(t, u) = 1, \quad \forall i \in \mathcal{L}, t \in [0, u[\subseteq \mathbb{N}$

Inoltre, sono valide le equazioni di Chapman-Kolmogorov:

$$P_{ij}(t, u) = \sum_{k \in \mathcal{L}} P_{ik}(t, w) P_{kj}(w, u)$$

Da cui, considerando le probabilità annuali di transizione, possiamo scrivere:

$$P_{ij}(t, u) = \sum_{k \in \mathcal{L}} P_{ik}(t, t+1) P_{kj}(t+1, u)$$

Per cui possiamo determinare le altre misure di probabilità di transizione non annue.

Affinché si possa descrivere completamente un modello, tuttavia, bisogna contemplare anche la possibilità che, una volta raggiunto un generico stato i al tempo t , il rischio possa rimanere in tale stato fino al tempo u senza mai uscirne.

Denotiamo la probabilità di rimanere nello stato i con:

$$P_{\underline{ii}}(t, u) = \prod_{h=t}^{u-1} P_{ii}(h, h+1)$$

Ritornando al caso specifico di nostro interesse, quindi con $\mathcal{L} = \{1,2,3\}$ e $\mathcal{T} = \{(1,2); (1,3); (2,3)\}$, possiamo riscrivere le probabilità individuate con la notazione c.d. di Hamza.

Innanzitutto, indichiamo gli stati 1, 2 e 3, rispettivamente con a (attivo), i (invalido) e d (deceduto), per cui la notazione sarà:

$$\begin{aligned}
P_{11}(t, u) &\rightarrow {}_{u-t}p_x^{aa} & P_{22}(t, u) &\rightarrow {}_{u-t}p_x^{ii} \\
P_{12}(t, u) &\rightarrow {}_{u-t}p_x^{ai} & P_{23}(t, u) &\rightarrow {}_{u-t}p_x^{id} = {}_{u-t}q_x^i \\
P_{13}(t, u) &\rightarrow {}_{u-t}p_x^{ad} = {}_{u-t}q_x^a
\end{aligned}$$

Dato che non sono presenti stati transitori nel modello proposto, è naturale che:

$$P_{jj}(t, u) = P_{jj}(t, u) \quad \forall j \in \mathcal{L}$$

Possiamo riassumere la struttura probabilistica del processo $\{S(t)\}$ nella seguente matrice delle probabilità di transizione annuali, precisando che abbiamo ipotizzando un processo omogeneo, ovvero che le varie probabilità rimangono costanti nel tempo:

$$P_x = \begin{pmatrix} p_x^{aa} & p_x^{ai} & p_x^{ad} \\ 0 & p_x^{ii} & p_x^{id} \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Ovviamente $p_x^{dd} = 1$ perché, come detto inizialmente, d è uno stato assorbente mentre $p_x^{ia} = p_x^{da} = p_x^{di} = 0$ sia perché d è uno stato assorbente, sia perché a ed i sono stati strettamente transitori.

Infine, possiamo riscrivere le equazioni di Chapman-Kolmogorov per il modello presentato e le relazioni che sussistono tra le varie misure di probabilità:

$$\begin{aligned}
{}_t p_x^{aa} &= {}_{t-1} p_x^{aa} p_{x+t-1}^{aa} = \prod_{j=0}^{t-1} p_{x+j}^{aa}, \\
{}_t p_x^{ai} &= {}_{t-1} p_x^{ai} p_{x+t-1}^{ii} + {}_{t-1} p_x^{aa} p_{x+t-1}^{ai} = \sum_{j=0}^{t-1} j p_x^{aa} p_{x+j}^{ai} {}_{t-j-1} p_{x+j+1}^{ii}, \\
{}_t p_x^{ad} &= {}_{t-1} p_x^{aa} p_{x+t-1}^{ad} + {}_{t-1} p_x^{ai} p_{x+t-1}^{id} = \\
&= \sum_{j=0}^{t-1} j p_x^{aa} p_{x+j}^{ad} + \sum_{j=0}^{t-1} j p_x^{ai} p_{x+j}^{ii} {}_{t-j-1} p_{x+j+1}^{id} = 1 - {}_t p_x^{aa} - {}_t p_x^{ai}, \\
{}_t p_x^{ii} &= {}_{t-1} p_x^{ii} p_{x+t-1}^{ii} = \prod_{j=0}^{t-1} p_{x+j}^{ii}, \\
{}_t p_x^{id} &= {}_{t-1} p_x^{ii} p_{x+t-1}^{id} = \sum_{j=0}^{t-1} j p_x^{ii} p_{x+j}^{id} = 1 - {}_t p_x^{ii}.
\end{aligned}$$

La determinazione delle probabilità può essere seguita mediante un approccio che tenga conto dei tassi centrali. Di seguito la metodologia di determinazione delle stesse in un modello multistato non omogeneo, il medesimo approccio è valido anche in un contesto omogeneo, con gli adeguati aggiustamenti.

Indichiamo con $D^{ij}(x, t)$ il numero osservato di transizioni dallo stato i allo stato j , con $i \neq j$, avvenute in un anno per gli assicurati della popolazione di riferimento di età x nell'anno t ; $l^i(x, t)$ il numero di soggetti della popolazione di riferimento di età x che si trovano nello stato i nell'anno t .

La generica probabilità di transizione $p^{ij}(x, t)$ con $i \neq j$ può essere determinata come:

$$p^{ij}(x, t) = \frac{D^{ij}(x, t)}{l^i(x, t)}$$

Mentre la probabilità di permanenza all'interno dello stato i , $p^{ii}(x, t)$ è pari a:

$$p^{ii}(x, t) = \frac{l^i(x + 1, t + 1)}{l^i(x, t)}$$

Questo approccio può consentire la costruzione di tavole proiettate tramite, ad esempio, modelli stocastici, come quelli appartenenti alla famiglia Lee-Carter, i quali lavorano sul tasso centrale di transizione $m^{ij}(x, t)$, invece che direttamente sulla probabilità di transizione. È, quindi, opportuno definire il tasso centrale di transizione come:

$$m^{ij}(x, t) = \frac{D^{ij}(x, t)}{E^i(x, t)}$$

Con $E^i(x, t)$ indichiamo gli esposti al rischio di transizione da i a j .

Assumendo il tasso centrale di transizione come costante per ogni anno di età intera all'interno di ciascun anno di calendario, sulla base del modello proposto possiamo ricavare le relazioni tra tassi centrali di transizione e probabilità.

$$\left. \begin{aligned} p^{11}(x, t) &= e^{-m^{13}(x, t) - m^{12}(x, t)} \\ p^{23}(x, t) &= 1 - e^{-m^{23}(x, t)} \end{aligned} \right| p^{12}(x, t) = \frac{m^{12}(x, t)(p^{22}(x, t) - p^{11}(x, t))}{m^{13}(x, t) + m^{12}(x, t) - m^{23}(x, t)}$$

Le altre probabilità, ovvero $p^{13}(x, t)$ e $p^{22}(x, t)$, sono determinate per differenza, sapendo che:

$$p^{11}(x, t) + p^{12}(x, t) + p^{13}(x, t) = p^{22}(x, t) + p^{23}(x, t) = 1$$

Concludendo, questo tipo di modello consente di descrivere le transizioni di ciascun assicurato attraverso stati diversi che corrispondono agli eventi determinanti che hanno impatto sul proprio stato di salute.

Nella maggior parte dei casi, la stima di tali modelli nell'assicurazione Long Term Care è affrontata in un contesto markoviano, dove la transizione da uno stato all'altro dipende dallo stato attuale e dall'età dell'assicurato.

Tuttavia, l'uso dell'ipotesi markoviana è irrealistico poiché, ad esempio, la mortalità degli assicurati che sono in uno stato di invalidità varia sia una funzione dell'età che del tempo di permanenza all'interno dello stato di invalido, anche definita anti-durata. Una soluzione teorica a questa situazione risiede nei processi semi-markoviani²⁴ che, da un lato per questioni di brevità e dall'altro per la difficoltà nell'implementazioni, non verranno presentati.

Infatti, l'utilizzo di questo quadro semplificato è generalmente giustificato dall'uso di dati pubblici e aggregati che non seguono la durata della permanenza in uno stato in cui la salute dell'assicurato è degradata.

2.3.2. Valori attuariali, premi e riserve

Definito l'impianto probabilistico alla base del modello multistato, si possono introdurre delle formule per il pricing dei prodotti e delle riserve associate alle diverse tipologie di contratto LTC.

Prima di individuare le formule di pricing e reserving è importante indicare alcuni valori attuariali di rilievo, sempre considerando il modello multistato di partenza.

Consideriamo una rendita posticipata, temporanea n ed immediata, stipulata in 0 da un individuo di età x , che eroga una rata unitaria in caso di invalidità.

²⁴ Biessy, G. (2017). Continuous-time semi-markov inference of biometric laws associated with a long term care insurance portfolio. ASTIN Bull. J. IAA 47(2), 527–561.

Il valore in 0 di questa rendita sarà indicato con:

$$a_{x:n}^{ai} = \sum_{h=1}^n {}_h p_x^{ai} v^h$$

Dove v è il fattore di attualizzazione che ipotizziamo costante e pari a $\frac{1}{1+i}$.

Con riferimento alle equazioni di Chapman-Kolmogorov, possiamo riscriverla come:

$$a_{x:n}^{ai} = \sum_{h=1}^n v^h \sum_{j=0}^{h-1} {}_j p_x^{aa} {}_{h-j-1} p_{x+j}^{ai} {}_{h-j-1} p_{x+j+1}^{ii}$$

Definiamo:

$$\pi(j, h) = {}_j p_x^{aa} {}_{h-j-1} p_{x+j}^{ai} {}_{h-j-1} p_{x+j+1}^{ii}$$

Sostituendo ed effettuando alcune operazioni algebriche:

$$a_{x:n}^{ai} = \sum_{h=1}^n v^h \sum_{j=0}^{h-1} \pi(j, h) = \sum_{k=1}^n \sum_{g=k}^n v^g \pi(k-1, g)$$

Di conseguenza, concludiamo che:

$$a_{x:n}^{ai} = \sum_{k=1}^n v^k {}_{k-1} p_x^{aa} {}_{x+k-1} p_x^{ai} \sum_{g=k}^n v^{g-k} {}_{g-k} p_{x+k}^{ii}$$

In particolare, l'ultima sommatoria rappresenta il valore in k di una rendita posticipata, temporanea fino ad n a rata unitaria, associata ad un individuo che in k ha età $x+k$, da corrispondere per tutto il periodo di disabilità. La indichiamo con:

$$a_{x+k:n-k}^{ii} = \sum_{g=k}^n v^{g-k} {}_{g-k} p_{x+k}^{ii}$$

Un ulteriore valore attuariale che è utile da introdurre è quello legato ad una rendita posticipata, temporanea m a rata unitaria, stipulata da un individuo di età x , la quale viene erogata fintanto che il soggetto rimane attivo. Il valore di questa rendita sarà:

$$a_{x:m}^{aa} = \sum_{h=1}^m {}_h p_x^{aa} v^h$$

Quest'ultimo valore, in particolare, è utile qualora si volesse determinare un premio periodico, da corrispondere entro m e fintanto che l'assicurato è attivo. Dato che il premio è pagato sempre in maniera anticipata, è di estrema importanza introdurre il corrispettivo valore per le rendite anticipate.

Tale valore è indicato con:

$$\ddot{a}_{x:m|}^{aa} = \sum_{h=0}^{m-1} {}_h p_x^{aa} v^h$$

Tali valori sono introdotti perché sono di estrema rilevanza in ambito di calcolo dei premi e delle riserve delle coperture LTC, sotto l'ipotesi per cui il fattore di attualizzazione è costante. È possibile – ed è tipico di una valutazione al *fair value* – ipotizzare una struttura per scadenza dei tassi. In questo caso, non sarà possibile applicare tali valori.

Coperture Stand Alone

Consideriamo una polizza LTC del tipo stand alone, ovvero una copertura che, qualora si verifichi la non autosufficienza eroghi una rendita illimitata di ammontare R . Ipotizziamo che sia stipulata in 0 da un individuo di età x . Il valore attuale in 0 dei benefici associati a tale copertura, sotto l'ipotesi per cui $S(0) = a$, sarà:

$$B_{a,0} = \sum_{h=1}^{\omega-1-x} R {}_h p_x^{ai} v^h = R a_x^{ai}$$

In applicazione del principio di equivalenza, questo ammontare corrisponde al premio unico (al netto dei caricamenti) da dover corrispondere al momento di sottoscrizione della polizza, risultando il valore attuale atteso dei flussi di cassa futuri.

È contemplata anche l'ipotesi per cui sia possibile corrispondere una serie di premi periodici costanti di ammontare p , in questo caso, ipotizzando un periodo di pagamento di durata m e dei premi da percepire fintanto che l'assicurato è attivo, per il principio di equivalenza imponiamo che:

$$p \ddot{a}_{x:m|}^{aa} = R a_x^{ai}$$

Da cui determiniamo l'ammontare dei premi periodici, fissata la rata.

La valutazione del contratto può essere effettuata anche in un momento generico t , eventualmente diverso dalla sottoscrizione. Essa dipenderà dallo stato occupato dall'assicurato al tempo t , ovvero da $S(t)$; qualora $S(t) = a$, allora la procedura di valutazione rimane la stessa, con gli aggiustamenti legati esclusivamente al momento di valutazione, nel caso in cui $S(t) = i$, invece, bisognerà considerare che lo stato al momento di valutazione è quello di invalido, quindi, le probabilità da considerare saranno quelle di permanenza all'interno di tale stato.

In sintesi:

$$\mathcal{B}_{a,t} = \sum_{h=1}^{\omega-1-x} R_h p_{x+t}^{ai} v^h = Ra_{x+t}^{ai} \quad \mathcal{B}_{i,t} = \sum_{h=1}^{\omega-1-x} R_h p_{x+t}^{ii} v^h = Ra_{x+t}^{ii}$$

Dal punto di vista tecnico, bisogna preoccuparsi anche delle riserve matematiche associate a tali coperture. Utilizzando un approccio prospettico, la riserva matematica risulta essere la differenza, al momento della valutazione, tra il valore attuale dei benefici futuri ed il valore attuale dei premi ancora da incassare. Il classico schema:

$$V_t = Prestazioni[t, t + \omega - x] - Premi[t, t + \omega - x]$$

Sotto l'ipotesi di premi periodici costanti e considerando il modello multistato adottato, distinguiamo l'ammontare delle riserve sulla base del momento di valutazione e dello stato occupato dall'assicurato in tale momento:

$$V_t^a = \begin{cases} Ra_{x+t}^{ai} - p\ddot{a}_{x+t:m-t}^{aa} & t < m \\ Ra_{x+t}^{ai} & t \geq m \end{cases}; \quad V_t^i = Ra_{x+t}^{ii} \quad \forall t$$

In linea con la prassi, ritrovandoci in un contesto in cui la rendita è corrisposta in maniera posticipata ed i premi in maniera anticipata, ipotizziamo che il momento di valutazione corrisponda all'istante successivo al pagamento della rata ma antecedente all'incasso del premio.

LTC integrata alla pensione – Enhanced pension – Life care annuity

Consideriamo una copertura di tipo integrata, ovvero la *life care annuity*, la quale conferisce l'opzione al sottoscrittore di coprire anche l'autosufficienza al momento del pensionamento.

Nel caso in cui non venga esercitata l'opzione, l'ammontare della rata sarà indipendente dallo stato in cui si trova l'assicurato, indichiamo con R tale rata, la quale sarà da corrispondere dall'ingresso in pensione fino al decesso dell'assicurato. Qualora l'opzione si esercitata, percepirà la rata R_a fin tanto che sarà attivo, mentre, in caso di non autosufficienza, verrà erogata la rata R_i . Ovviamente $R_a < R < R_i$. Ipotizziamo, inoltre, che il montante contributivo maturato dell'assicurato all'ingresso in quiescenza sia pari ad S .

In caso di mancato esercizio dell'opzione, l'ammontare della rata R sarà determinata, in virtù del principio di equivalenza, come:

$$S = R(\ddot{a}_x^{aa} + a_x^{ai})$$

Nella pratica attuariale, si è soliti ricorrere alla seguente approssimazione.

$$\ddot{a}_x^{aa} + a_x^{ai} \cong \ddot{a}_x$$

Si comprende come, in caso l'opzione non venga esercitata, tale copertura non è nient'altro che una rendita vitalizia, priva di componenti che coprano il rischio di non autosufficienza. Il calcolo delle riserve matematiche segue, quindi, l'approccio standard delle rendite vitalizie.

Nel caso di esercizio dell'opzione, invece, le due rate sono legate all'ammontare S nel seguente modo:

$$S = R_a \ddot{a}_x^{aa} + R_i a_x^{ai}$$

Con riferimento alla relazione tra R ed S , otteniamo facilmente che:

$$R = \frac{R_a \ddot{a}_x^{aa} + R_i a_x^{ai}}{\ddot{a}_x^{aa} + a_x^{ai}}$$

Ciò che emerge è che la rata pensionistica relativa alla prima scelta illustrata è una media ponderata delle due rate relative alla seconda scelta.

Dal punto di vista delle riserve tecniche, anche in questo caso, come per le *stand alone*, distinguiamo in funzione dello stato in cui è collocato il soggetto nel momento della valutazione.

$$V_t^a = R_a \ddot{a}_{x+t}^{aa} + R_i a_{x+t}^{ai} \qquad V_t^i = R_i \ddot{a}_{x+t}^{ii}$$

Con riferimento all'approssimazione indicata sopra, possiamo scrivere la riserva legata ad un individuo attivo come:

$$V_t^a \cong R_a \ddot{a}_{x+t} + (R_i - R_a) a_{x+t}^{ai}$$

Ovviamente, non sarà effettuata l'ipotesi relativa al pagamento dei premi in quando l'opzione viene esercitata al momento dell'ingresso in quiescenza, quindi una volta terminato il periodo di accumulo.

2.3.3. Modello di Lee-Carter con estensione di Brouhns et al.

Il modello di Lee-Carter con l'estensione di Brouhns et al.²⁵ può essere applicato per la stima di basi tecniche LTC, quindi in ambito multistato.

In base a tale modello, il logaritmo del tasso centrale della generica transizione dallo stato i allo stato j per un individuo di età x , registrato al tempo t , $m^{ij}(x, t)$, è descritto dalla seguente relazione:

$$\ln(m^{ij}(x, t)) = \alpha_x^{ij} + \beta_x^{ij} k_t^{ij}$$

con i seguenti vincoli, dati i e j :

$$\sum_x \beta_x^{ij} = 1; \sum_t k_t^{ij} = 0$$

Dove:

- α_x^{ij} tiene conto del comportamento della transizione dallo stato i allo stato j al variare dell'età x ;
- β_x^{ij} descrive come varia la transizione dallo stato i allo stato j in seguito ad una variazione di k_t^{ij} in funzione dell'età x ;
- k_t^{ij} indica di quanto varia la transizione dallo stato i allo stato j nel tempo.

Definita questa struttura, possiamo ottenere il numero di individui che passano dallo stato i allo stato j , sapendo che tale numero si distribuisce come una Poisson di parametro $E^i(x, t)m^{ij}(x, t)$.

I parametri k_x^{ij} sono serie temporali che possono essere modellizzate e poi proiettate utilizzando i modelli ARIMA. In particolare, si può considerare un ARIMA(0,1,0), ovvero una random walk con drift, per cui:

$$K_{s+1} = K_s + \mu + CZ_{s+1}$$

Dove:

- K_s è il vettore dei parametri al passo s , ovvero nel tempo;

²⁵ Brouhns, N., Denuit, M., Vermut, J. K. (2002). A Poisson log-bilinear regression approach to the construction of projected lifetables. Insurance Mathematics & Economics, 31(3), 373-393.

- μ è il vettore che rappresenta i drift;
- Z è un vettore di variabili aleatorie normali standard indipendenti;
- C è una matrice triangolare superiore, tale che CC' è la matrice di covarianza tra i parametri K_s ;

Il modello presentato, così come quello proposto da Cairns-Blake-Dowd²⁶, vengono ampiamente utilizzati per la proiezione della mortalità, ma possono essere adottati anche per la stima delle probabilità di transizione, come fatto, ad esempio, da Levantesi e Menzietti²⁷.

2.4. Solvency II e disposizioni regolamentari

Come già anticipato, le imprese di assicurazione, in funzione dei contratti stipulati e quindi dei rischi assunti, devono accantonare dei requisiti patrimoniali per far fronte alle perdite inattese e, in alcuni casi, anche quelle attese, in virtù di quanto previsto dalle disposizioni di vigilanza, ovvero Solvency II. Questo impatta anche sul pricing, perché il costo del capitale viene spesso inglobato nelle tariffe.

Affinché si possa avere chiara la visione su tutte le variabili che possono impattare rispetto alla formazione della tariffa è necessario discutere anche di tali aspetti regolamentari.

In Solvency II, la copertura LTC è classificata all'interno del modulo Health perché è un rischio contingente diverso dalla morte, quindi non è inserito all'interno del modulo Life. All'interno di questo modulo, le coperture LTC possono essere suddivise in due sottomoduli a seconda della natura della copertura e delle basi tecniche:

- Sottomodulo "Health Similar To Life (SLT)": Nel caso in cui la copertura LTC sia permanente, ciò richiede la modellazione mediante tecniche simili all'assicurazione sulla vita.
- Sottomodulo "Health Non-Similar To Life (non-SLT)": Nel caso in cui la copertura LTC sia rinnovabile annualmente.

²⁶ Blake, D., Carins, A. J. G., Dowd, K. (2006). A two-factor model for stochastic mortality with parameter uncertainty: theory and calibration. *Journal of Risk and Insurance*, 73(4), 687-718.

²⁷ Levantesi, S., Menzietti, M. (2012). Managing longevity and disability risks in life annuities with long term care. *Insurance: Mathematics and Economics*, 2012, 50(3) 391-401

Nel caso dell'assicurazione Long Term Care del tipo "Non-SLT Health", il calcolo del SCR si baserebbe su un beneficio predeterminato e dipenderebbe dalla *Best Estimate* (BE) del premio e dalle riserve. Il calcolo del SCR in questo caso deriva dall'applicazione semplice di coefficienti previsti nella formula standard.

Per un determinato prodotto assicurativo Long Term Care, il calcolo di ciascun SCR nel modulo "Health SLT" richiede il calcolo di una BE di tipo "shocked", ovvero un BE con ipotesi di proiezione avverse, avvalendosi di stress test.

In linea con quanto trattato nei paragrafi precedenti, ci concentreremo sui prodotti appartenenti al sottomodulo SLT.

Nel contesto di Solvency II, è necessario disporre di un modello deterministico di proiezioni dei flussi di cassa che ci consenta di valutare dinamicamente la solvibilità del contratto, incorporando le diverse ipotesi. Questi flussi diversi permettono di proiettare il bilancio per diversi anni, di stimare le riserve di miglior stima (*Best Estimate*) e di calcolare il *fair value* del contratto.

Il calcolo dello SCR per un prodotto Long Term Care richiede la valutazione di tre moduli: sottoscrizione malattia, di controparte e di mercato. Il rischio di controparte sorge quando le passività vengono trasferite a un riassicuratore o da determinati tipi di attività detenute. Il rischio di mercato richiederebbe di modellare le attività generali della compagnia. Ci concentreremo esclusivamente sul modulo di sottoscrizione Malattia il quale, come in Figura 14, si divide in ulteriori 6 sottomoduli.

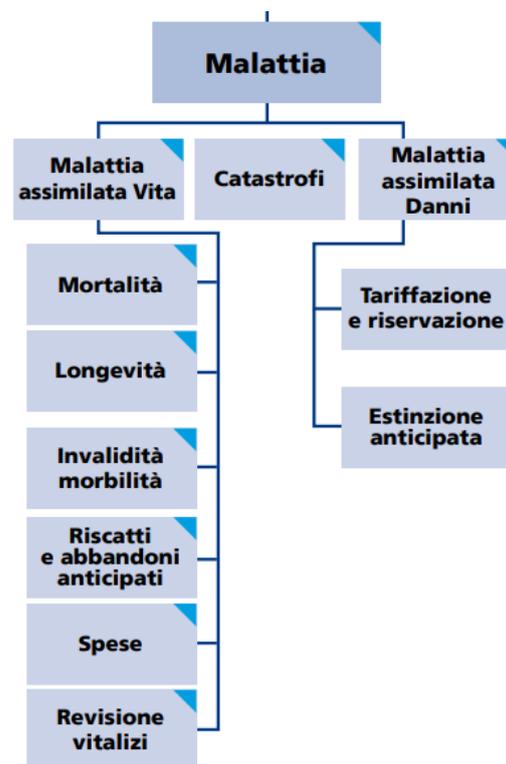


Figura 14 – Modulo Malattia (Health) in Solvency II

Il calcolo del capitale richiesto per le componenti del rischio di sottoscrizione Health SLT per le coperture LTC non si basa sulla natura del rischio in sé, ma sull'applicazione di shock ai rischi sottostanti,

il capitale richiesto corrisponde all'impatto che tali shock hanno sul livello dei fondi propri di base (BOF, *Basic Own Funds*) in uno scenario *shocked*, considerando la variazione pre e post shock.

L'impatto su BOF per il rischio di sottoscrizione è equivalente all'impatto sulla componente BE delle riserve:

$$SCR = \Delta BOF = \max\{0; BOF^{pre} - BOF^{post}\} = \max\{0; R_{BE}^{post} - R_{BE}^{pre}\}$$

Nella formula standard di Solvency II, gli shock prescritti considerati sono diversi, facciamo riferimento alle disposizioni indicate dall'EIOPA²⁸, prendendo comunque in considerazione le ipotesi iniziali sul modello multistato ipotizzato, mantenendo un focus sugli shock richiesti per prodotti LTC che prevedono benefici espressi in flussi di cassa e non in rimborso spese.

Gli shock che devono essere considerati ai fini del calcolo dei requisiti patrimoniali nel modulo considerato sono:

- Rischio di mortalità, incremento permanente istantaneo del 15 % dei tassi di mortalità;
- Rischio di longevità, calo permanente istantaneo del 20 % dei tassi di mortalità;
- Rischio di invalidità, aumento del 35% nel primo anno e del 25% negli anni successivi dei tassi di invalidità.

Sono previsti shock anche per gli ulteriori sottomoduli, ad esempio legati ai riscatti e alle spese, tuttavia, per semplicità di trattazione, ci concentriamo esclusivamente sui rischi di natura biometrica. Per il rischio di morbilità, inoltre, è prevista anche una riduzione del 20% dei tassi di recupero, tuttavia, nel modello proposto nei precedenti paragrafi non ipotizziamo la possibilità di passare dallo stato di invalido a quello di attivo, quindi non risulta rilevante.

Valutando i possibili effetti degli shock, data la natura del contratto LTC, possiamo fare delle prime considerazioni. Lo shock di mortalità ha due effetti opposti: c'è una riduzione delle passività dell'assicuratore, che porterebbe a una diminuzione della

²⁸ Regolamento delegato (UE) 2015/35 della Commissione, del 10 ottobre 2014, che integra la direttiva 2009/138/CE del Parlamento europeo e del Consiglio in materia di accesso ed esercizio delle attività di assicurazione e di riassicurazione (Solvibilità II)

BE, in particolare a causa dell'aumento della mortalità degli assicurati, ma bisogna considerare anche una riduzione dei premi ricevuti dall'assicuratore, con la diminuzione della popolazione attiva, il quale aumenta così l'importo della *best estimate*.

Se la mortalità degli attivi prevale rispetto a quella degli invalidi, il requisito patrimoniale richiesto per tale sottomodulo sarà non negativo.

Per quanto attiene allo shock sulla longevità, il quale riguarda la riduzione della mortalità, ovviamente tale diminuzione influisce sia sugli attivi che sui dipendenti. Analogamente allo shock di mortalità, anche questo shock ha due effetti opposti per il calcolo della *best estimate*: l'aumento delle passività dell'assicuratore, che incrementa la BE, e l'aumento dei premi attesi, che diminuisce la BE.

Lo shock di longevità ha un peso molto forte, portando ad un della BE correlato a due fattori principali, da un lato la popolazione attiva che paga i premi vive più a lungo, dall'altro, un maggior numero di individui attivi raggiungono età in cui la probabilità di diventare non autosufficienti è più alta, infine anche gli invalidi vivono più allungo, estendendo eventualmente il periodo di erogazione dei benefici.

Infine, lo shock riguardo l'invalidità ha l'effetto di aumentare il numero di individui che percepiscono i benefici assicurati, con conseguente aumento delle passività e, inoltre, alcuni soggetti potrebbero divenire invalidi prima del completamento del periodo di pagamento, riducendo i premi attesi, con conseguente aumento della BE.

Una volta determinati i requisiti patrimoniali legati ad ogni sottomodulo, si procede con l'aggregazione. Secondo la formula standard:

$$SCR_{health} = \sum_{i,j} SCR_i SCR_j Corr_{ij}$$

Dove SCR_i è il requisito di capitale associato al generico sottomodulo i , mentre $Corr_{ij}$ è il coefficiente di correlazione tra i due sottomoduli fornito dall'EIOPA.

$Corr_{ij}$	Longevità	Mortalità	Invalidità	Spese	Riscatti	Revisione
Longevità	1					
Mortalità	-0.25	1				
Invalidità	0.25	0	1			
Spese	0	0.25	0	1		
Riscatti	0.25	0.25	0.5	0.5	1	
Revisione	0	0.25	0	0	0.5	1

Figura 15 – Matrice di correlazione fornita da EIOPA per il modulo Health

2.5 Considerazioni

Concludendo, individuiamo una serie di considerazioni. Le coperture LTC rappresentano una soluzione cruciale per affrontare il crescente problema della non autosufficienza negli anziani, specialmente considerando l'invecchiamento della popolazione. Tuttavia, sebbene queste coperture offrano benefici significativi, la loro diffusione ed efficacia sono limitate da diverse problematiche.

Una delle principali difficoltà è il costo elevato associato alle coperture LTC, che rende queste soluzioni poco accessibili per molte persone. Le polizze di assistenza a lungo termine spesso risultano fuori budget, specialmente se sottoscritte individualmente in età matura e con durata a vita intera. Ad esempio, un individuo di 55 anni che desideri assicurarsi una rendita mensile di 1.500 euro potrebbe dover spendere fino a 1.500 euro all'anno per la copertura assicurativa. Questo costo può aumentare se vi sono pregresse condizioni patologiche che rendono la persona inassicurabile. È importante notare che cominciare a stipulare una polizza di assistenza a lungo termine il prima possibile è vantaggioso. Ad esempio, un quarantenne potrebbe pagare circa 900 euro all'anno per una copertura simile. Inoltre, è importante ricordare che il premio versato per le polizze di lungo termine è detraibile fiscalmente nella misura del 19%, con un massimo di detrazione di 1.291,14 euro²⁹.

Per mitigare questo problema, sono necessari approcci che mirino a ridurre i costi, magari integrando le coperture LTC con forme previdenziali esistenti per garantire, tra l'altro, anche dati sufficienti a costruire basi tecniche solide e attendibili.

Inoltre, è fondamentale aumentare la consapevolezza sui rischi di non autosufficienza e sull'importanza di proteggersi con le coperture LTC.

Strategie come l'introduzione di programmi educativi e la promozione di acquisti collettivi possono rendere queste coperture più accessibili e aumentarne l'utilizzo, le aziende potrebbero avere un ruolo importante in questo contesto, sollecitando la sottoscrizione per i propri dipendenti, individuando delle sottoscrizioni collettive,

²⁹ Pezzatti, F. (2023). Nell'Italia che invecchia in pochi scelgono una polizza per la non autosufficienza. *IlSole24Ore*.

le quali permetterebbero di ottenere condizioni più vantaggiose grazie alla mutualizzazione del rischio.

Un'altra sfida è rappresentata dalla complessità nell'identificare e gestire tecnicamente il rischio associato alle coperture LTC. I modelli attuariali utilizzati per valutare questo rischio devono essere accurati e sostenibili nel lungo termine, considerando fattori demografici e comportamentali, inoltre devono consentire un approccio *forward looking*, introducendo elementi proiettati all'interno dei modelli di valutazione.

Capitolo 3 – Valutazione delle coperture LTC

Introduzione

Nel presente capitolo, verrà presentata una proposta di un possibile approccio di valutazione per le principali tipologie di LTC, sia di tipo stand alone che integrativa.

Inizieremo descrivendo il framework di valutazione proposto, che permetterà di comprendere i principali fattori di rischio e le variabili decisionali coinvolte nella valutazione delle coperture LTC. Tale framework comporterà la necessità di considerare i modelli per la proiezione dei tassi d'interesse, la cui modellizzazione è di fondamentale importanza nella valutazione delle coperture LTC.

Il passaggio successivo riguarderà la costruzione di un modello che descriva il processo stocastico alla base del valore di un fondo pensione, quindi delle possibili evoluzioni nel tempo del montante contributivo.

Passeremo ad analizzare le basi tecniche necessarie per la valutazione delle coperture LTC. Nello specifico saranno presentate le basi tecniche di partenza considerate e le modalità di determinazione di quelle utilizzate per la valutazione delle coperture, ipotizzando basi tecniche differenti per la LTC integrata e quella stand alone.

Successivamente, tratteremo la valutazione di una copertura LTC integrativa, introducendo una proposta di modello di valutazione della stessa, il quale consentirebbe di valutare l'impatto delle variabili chiave coinvolte nel processo decisionale.

Infine, affronteremo il pricing di una copertura LTC stand alone, esaminando un approccio al fair value per la determinazione del tasso di premio unico e di premio vitalizio, confrontandolo con quello di una copertura presente nel mercato.

La finalità è duplice, da un lato si vuole proporre un modello per consentire di trarre delle implicazioni di policy riguardo la copertura LTC integrata alla pensione, dall'altro di vuole applicare una valutazione meramente finanziaria-attuariale di un prodotto assicurativo quale la LTC stand alone.

L'analisi riportata nel capitolo viene effettuata tramite MATLAB, i cui script vengono riportati nell'appendice, alla sezione A.4.

3.1. Framework per il modello di valutazione

È ormai evidente che le coperture LTC rivestano un ruolo cruciale nell'ambito della protezione finanziaria e sociale, poiché mirano a coprire i bisogni assistenziali delle persone anziane in situazioni di non autosufficienza. Ricordiamo la distinzione tra le coperture LTC stand alone, che sono vendute come polizze autonome, e quelle integrate alla pensione, che vengono fornite come opzioni aggiuntive nei piani pensionistici.

Per le coperture LTC stand alone la prassi di valutazione risiede nell'applicazione dei valori attuariali esposti nel precedente capitolo, infatti, sulla base di un tasso tecnico o, eventualmente, di una curva dei rendimenti per scadenza, ed una tavola attuariale, risulta semplice la determinazione del prezzo della copertura, e quindi delle riserve e dei requisiti patrimoniali, indicando come unica variabile decisionale l'ammontare massimo del premio, unico o periodico, che l'assicurato è disposto a pagare, oppure, specularmente, la rata che l'assicurato vorrebbe percepire in caso di non autosufficienza.

In questo caso, i fattori di rischio sono i tassi d'interesse e le probabilità, la valutazione potrebbe essere effettuata sulla base di un processo stocastico per l'evoluzione dei tassi d'interesse e delle probabilità proiettate all'anno di valutazione.

Nel contesto delle coperture LTC integrate alla pensione, diversi fattori di rischio entrano in gioco, oltre al rischio di tasso che può essere gestito mediante un approccio stocastico, rilevante è il rischio di performance a carico dell'aderente al fondo, maggiormente rilevante nel caso in cui non siano poste delle garanzie di rendimento minimo per il contribuente.

È fondamentale, in questo caso, adottare un framework stocastico che consenta una valutazione accurata dell'impatto di alcuni elementi sulla rata percepita per la non autosufficienza.

Il framework in seguito proposto lavorerà sulla base di due variabili decisionali, ovvero l'ammontare dei contributi versati annualmente e la quota di rata di pensione a cui l'individuo è disposto a rinunciare per ottenere una copertura per il rischio di non autosufficienza.

Utilizzando questi criteri, è possibile individuare un modello stocastico che tenga conto delle diverse possibili diramazioni del valore del fondo pensione e delle diverse rate di copertura per l'assistenza a lungo termine.

L'applicazione del framework proposto passa per l'utilizzo dell'approccio simulativo Monte Carlo, il quale consente di esplorare una vasta gamma di scenari possibili e di valutare la robustezza delle decisioni in base a diverse condizioni.

Il framework prevede l'individuazione di una serie di elementi per essere implementato:

- La determinazione del processo stocastico alla base della determinazione dei tassi d'interesse e, quindi, la rappresentazione di una curva dei rendimenti per scadenza;
- L'individuazione del processo stocastico che descrive il benchmark di riferimento per la gestione del fondo;
- La regola di contribuzione, ovvero le modalità di determinazione dei contributi da versare periodicamente;
- La legge stocastica di formazione del valore del fondo pensione in relazione al benchmark in cui vengono versati i contributi;
- L'utilizzo di basi tecniche demografiche proiettate all'anno di conversione del montante contributivo;
- La determinazione dei fattori di conversione del montante contributivo in rendita semplice, in caso di mancato esercizio dell'opzione, e di conversione in rendita per la copertura LTC, indicando la quota di rata pensionistica a cui rinunciare per finanziare la componente per la non autosufficienza.

Come accennato precedentemente, si comprende come le variabili su cui può intervenire l'aderente al fondo siano l'ammontare dei contributi e la quota di rata pensionistica a cui rinunciare nel periodo da pensionato-attivo.

Tale framework potrebbe consentire, in maniera semplicistica, la comprensione dell'impatto che alcuni elementi potrebbero avere sulla performance erogata in caso di non autosufficienza, aiutando a valutare la sostenibilità di queste tipologie di soluzioni. Seguirà, nei prossimi paragrafi, un esempio di possibile implementazione.

3.2. Modelli per la proiezione dei tassi d'interesse

Come già accennato, per una corretta valutazione di una copertura LTC, è necessario considerare un approccio stocastico nella determinazione dei tassi di interesse. Tale scelta è coerente con le caratteristiche di lungo periodo della copertura, maggiormente rilevante nella LTC integrata alla pensione.

I modelli proposti in letteratura per la rappresentazione del processo alla base dell'evoluzione dei tassi d'interesse sono diversi. Essi si suddividono in modelli di equilibrio e modelli ad arbitraggi nulli.

I modelli di equilibrio, come suggerisce il nome, sono finalizzati al raggiungimento di un equilibrio economico generale; sono descritti da parametri ricavati da serie storiche, di conseguenza non assicurano un *perfect fit* della curva costruita a quella di mercato, in quanto i parametri determinati dipendono dalle caratteristiche della serie storica considerata e, quindi, sono controvertibili. Risulta necessaria, di conseguenza, una calibrazione. Rientrano tra questi modelli il modello di Vasicek ed il modello di Cox-Ingersoll-Ross (CIR).

I modelli ad arbitraggi nulli, detti anche modelli di mercato, si basano sul concetto di assenza di arbitraggio, di conseguenza i parametri sono estratti da valori di mercato, consentendo il *perfect fit* alla curva di mercato. Tali modelli non necessitano di una calibrazione, risultando più adeguati alla descrizione della realtà. Sono esempi di modelli ad arbitraggio nullo quello proposto da Heath-Jarrow-Morton (HJM), Black-Derman-Toy (BDT) e Brace-Gatarek-Musiela (Forward-LIBOR Model).

Anche se i modelli ad arbitraggi nulli sembrerebbero essere preferibili, essi sono di più complessa applicazione, in quanto affinché possano essere implementati necessitano di parametri che non solo siano estratti dal mercato, ma che siano comunque attendibili.

Un parametro di mercato risulta essere attendibile se condiviso dagli operatori del mercato stesso, ad esempio, una misura di volatilità implicita risulta essere attendibile se estratta da titoli liquidi, ovvero altamente negoziati, nel caso ciò non si

verificati, tale parametro non può essere ritenuto rappresentativo di aspettative degli operatori.

Data la complessità dei modelli di mercato, per questo elaborato, si preferisce lavorare su modelli di equilibrio, considerando che la determinazione della curva dei tassi non è centrale nella discussione delle tematiche considerate.

3.2.1. Modello di Cox – Ingersoll – Ross

Il modello di Cox-Ingersoll-Ross (in seguito CIR) è stato proposto nel 1985³⁰ dagli stessi autori da cui prende il nome, come un'alternativa al modello di Vasicek.

Il modello di CIR è un modello unifattoriale di equilibrio, il quale spiega l'evoluzione del tasso considerando come unico fattore di rischio il valore del tasso al momento precedente. Il processo proposto è un processo *mean reverting*.

Il modello è descritto dalla seguente equazione stocastica differenziale (SDE):

$$dr_t = \alpha(\mu - r_t)dt + \sigma\sqrt{r_t}dW_t$$

Dove W_t è un processo di Weiner, ovvero una successione di variabili casuali che si distribuisce come una normale di media 0 e varianza dt , α è la velocità di reverzione verso la media di lungo periodo, μ è la media di lungo periodo e σ è il tasso di volatilità.

La presenza del termine $\sqrt{r_t}$ nella parte aleatoria del processo è stata inserita al fine di evitare che si possano generare dei tassi negativi, volendo risolvere, quindi, il principale problema individuato nel modello di Vasicek.

Un'ulteriore conseguenza dell'introduzione di questo termine è che, diversamente dal modello di Vasicek in cui i tassi d'interesse seguono una distribuzione Normale, nel modello di CIR i tassi d'interesse si distribuiscono secondo una Chi Quadro.

Per la questione legata alla non-negatività del tasso d'interesse si è scelto di utilizzare questo modello piuttosto che quello proposto da Vasicek.

³⁰ Cox, J. C., Ingersoll, J. E., Ross, Jr. S. A. (1985). A Theory of the Term Structure of Interest Rates. *Econometrica*, Vol. 53, No. 2, pp. 385-407.

La stima dei parametri necessari per l'identificazione del modello si baserà sulla serie storica dell'EURIBOR a 1 anno, considerando il periodo che va dal 1994 al 2021, escludendo gli ultimi 3 anni perché potrebbero essere fuorvianti in sede di determinazione dei parametri del modello.

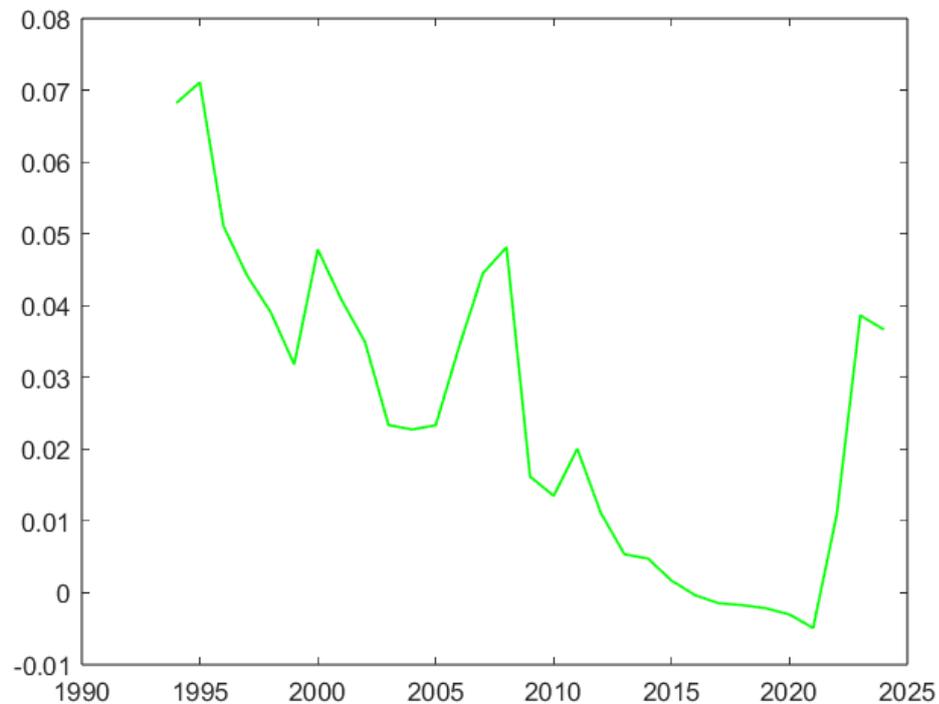


Figura 16 – Serie Storica Euribor a 1 anno, 1994 - 2024

Ci sono diversi modi per procedere con la stima dei parametri, ad esempio MLE, il metodo dei momenti, OLS, etc... In questa sede utilizzeremo il metodo OLS, tuttavia, per implementarlo, è necessaria una ri-parametrizzazione e discretizzazione del modello.

Partiamo da:

$$dr_t = \alpha(\mu - r_t)dt + \sigma\sqrt{r_t}dW_t$$

Tale processo è rappresentato nel continuo, sorge la necessità di operare una discretizzazione. Esso può essere riscritto come:

$$\Delta r_t = \alpha(\mu - r_t)\Delta t + \sigma\sqrt{r_t}\varepsilon\sqrt{\Delta t}$$

Dove ε è un valore estratto casualmente da una distribuzione normale standard. Δt rappresenta il passo del processo, nel nostro caso è annuo che, congiuntamente al

fatto che la base in cui i dati sono espressi anch'essi in base annua, ci permette di concludere che Δt sia pari a 1.

Procediamo con la ri-parametrizzazione del modello:

$$\Delta r_t = \alpha(\mu - r_t) + \sigma\sqrt{r_t}\varepsilon \rightarrow \Delta r_t = \alpha\mu - \alpha r_t + \sigma\sqrt{r_t}\varepsilon$$

Continuando:

$$\frac{\Delta r_t}{\sqrt{r_t}} = \frac{\alpha\mu}{\sqrt{r_t}} - \frac{\alpha r_t}{\sqrt{r_t}} + \sigma\varepsilon = \alpha\mu \frac{1}{\sqrt{r_t}} - \alpha\sqrt{r_t} + \sigma\varepsilon$$

Concludiamo che possiamo stimare i parametri del modello mediante una regressione di $\frac{\Delta r_t}{\sqrt{r_t}}$ su $\frac{1}{\sqrt{r_t}}$ e $\sqrt{r_t}$, ipotizzando un modello senza intercetta, ovvero:

$$\frac{\Delta r_t}{\sqrt{r_t}} = \beta_1 \frac{1}{\sqrt{r_t}} + \beta_2 \sqrt{r_t} + u$$

Con:

$$\beta_1 = \alpha\mu; \beta_2 = -\alpha; u = \sigma\varepsilon \rightarrow \sigma_u = \sigma$$

Le modalità di determinazione dei coefficienti di regressione e, quindi, dei parametri del modello è svolta nell'Appendice, alla sezione A.1.

Dall'elaborazione dei dati, i parametri stimato risultano essere:

β_1	9.181×10^{-4}	μ	-0.011
β_2	-0.0833	α	0.0833
σ_u	0.047	σ	0.047

Figura 17 – Stima dei parametri del modello di CIR

Considerando che, per ipotesi del modello, tutti i parametri devono essere strettamente positivi e, alla luce della media delle osservazioni utilizzate per la stima dei parametri, risulta essere opportuno correggere il valore del parametro μ .

Considerando che la media storica è pari a 0.0172 e che, dalla Figura 16, la serie risulta essere decrescente, arrivando ad assumere anche valori negativi, si ritiene opportuno individuare come media di lungo periodo un valore approssimativo pari a 0.0031, come media tra la media storica e quella di lungo periodo stimata.

Determiniamo, mediante simulazione Montecarlo, 10 000 possibili percorsi del tasso, simulando il processo a partire dall'ultima osservazione registrata (2024), fino all'anno 2100.

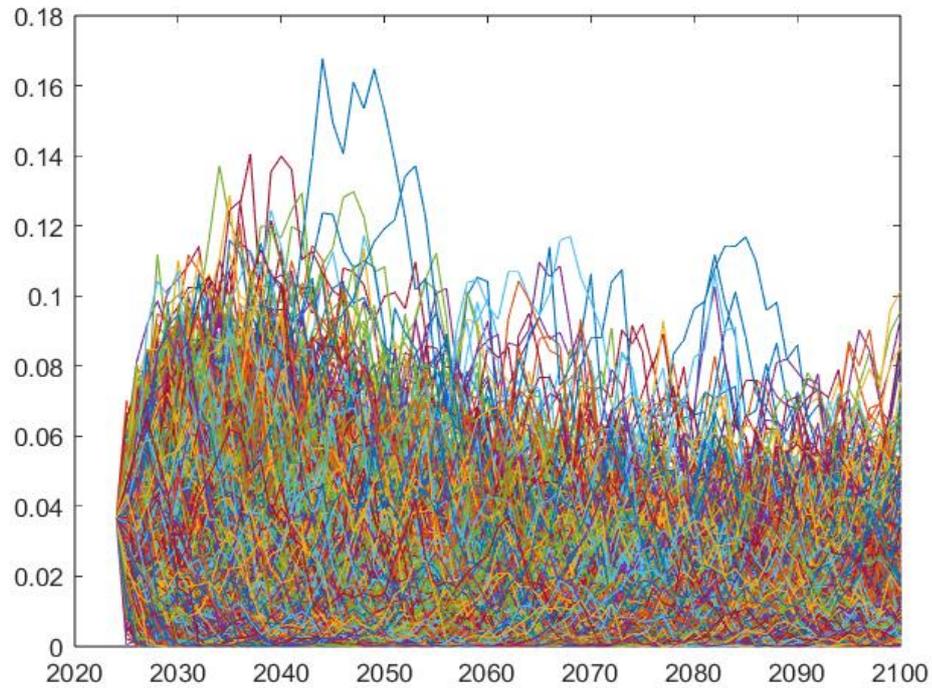


Figura 18 – Simulazione tassi di interesse (CIR), 2024 - 2100, 10 000 traiettorie.

Sulla base dei valori simulati, considerando che il tasso indicato è un tasso composto continuamente, riusciamo ad estrarre una struttura per scadenza dei tassi.

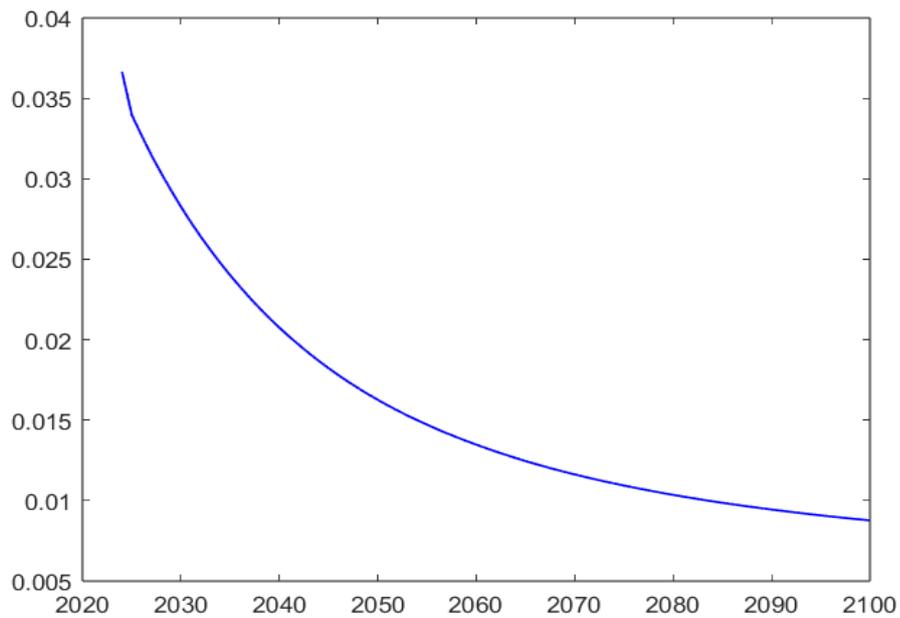


Figura 19 – Curva dei rendimenti per scadenza stimata, 2024 - 2074.

La curva dei rendimenti per scadenza simulata risulta essere decrescente, il che è plausibile in quanto sarebbe coerente con aspettative di ribasso dei tassi di interesse, anche alla luce delle ultime manovre straordinarie di politica monetaria.

3.4. Modello del processo alla base del valore del fondo pensione

Risulta necessario proporre un modello che possa descrivere l'andamento di un ipotetico fondo pensione. Affinché possa essere introdotto, formuliamo alcune ipotesi:

- L'iscrizione al fondo avviene nell'anno 2024 per un individuo di età 46 anni;
- Il fondo è a contribuzione definita, finanziato mediante un sistema di capitalizzazione, ipotizziamo l'assenza di oneri di gestione;
- Il contributo è variabile, aumenta progressivamente e si corrisponde annualmente dall'anno 2024 fino all'anno 2043, anno di ipotetico pensionamento, ovvero in cui l'iscritto al fondo compirà 65 anni;
- Il fondo persegue una strategia di gestione passiva con benchmark il FTSEMIB.

La strategia di gestione passiva consiste nel replicare la composizione del benchmark di riferimento, di conseguenza, il fondo si rivaluterà sulla base delle variazioni del FTSEMIB.

L'equazione che descrive l'evoluzione del valore del fondo è la seguente:

$$V_t = \begin{cases} P_0 & t = 0 \\ P_t + V_{t-1}(1 + \tilde{j}_{t-1}) & t > 0 \end{cases}$$

Dove V_t è il valore del fondo al tempo t , P_t il contributo versato al tempo t , \tilde{j}_{t-1} è una variabile casuale che indica la variazione annuale del benchmark – quindi il FTSEMIB – registrata tra l'anno $t - 1$ e l'anno t .

Affinché possiamo simulare il valore del fondo fino all'anno 2043, in modo da ottenere la distribuzione del montante contributivo, è necessario simulare l'andamento del FTSEMIB e, mediante la relazione appena indicata, ottenere anno per anno, traiettoria per traiettoria, il valore simulato del fondo.

L'indice FTSEMIB rappresenta il valore ponderato per capitalizzazione di mercato delle 40 aziende più grandi quotate sulla Borsa Italiana. Secondo il lavoro di

Fama³¹, i prezzi delle azioni seguono una random walk, a cui è legata una distribuzione lognormale, mentre i rendimenti azionari seguono una distribuzione normale.

Il FTSEMIB, essendo una combinazione di prezzi azionari, è una somma di variabili lognormali, quindi, anch'esso si distribuisce come una lognormale.

In virtù di ciò, il processo che descrive l'andamento dell'indice azionario nel tempo è il seguente, ovvero un Moto Geometrico Browniano (MGB):

$$dI_t = I_t(rdt + \sigma_j dW_t)$$

Dove I_t è il valore dell'indice al tempo t , r è la variazione percentuale attesa lungo dt , σ_j è la volatilità dei rendimenti dell'indice, mentre W_t è un processo di Weiner.

Affinché possa essere resa operativa tale relazione, è necessaria dapprima una discretizzazione e, successivamente, la stima dei parametri del modello.

Considerando anche in questo caso un passo annuo, dt sarà necessariamente pari ad 1. Operando una discretizzazione e tenendo conto di ciò, il processo sarà:

$$\Delta I_t = I_t(r\Delta t + \sigma_j \varepsilon \sqrt{\Delta t}) \rightarrow \Delta I_t = I_t(r + \sigma_j \varepsilon)$$

Con ε un valore estratto casualmente da una distribuzione normale standard.

Seguendo sempre la linea della semplicità, operiamo una stima dei parametri su base storica. Ci collochiamo in un ambiente *risk natural*, di conseguenza il drift non sarà pari al tasso risk-free, ma al rendimento annuo atteso dell'indice.

La serie storica usata per la stima è la serie storica annuale delle quotazioni del FTSEMIB, dal 1998 al 2024. Stimiamo i parametri r e σ_j , rispettivamente, come media e deviazione standard del rendimento dell'indice e otteniamo i seguenti parametri:

r	0.0299
σ_j	0.2215

Figura 20 – Stima dei parametri per il modello del FTSEMIB

³¹ Fama, E. F. (1965). Random Walks in Stock Market Prices. *Financial Analysts Journal*, 21(5), 55–59.

Ricavati i parametri, procediamo con la simulazione del valore del FTSEMiB per 10 000 traiettorie, dal 2024 al 2043.

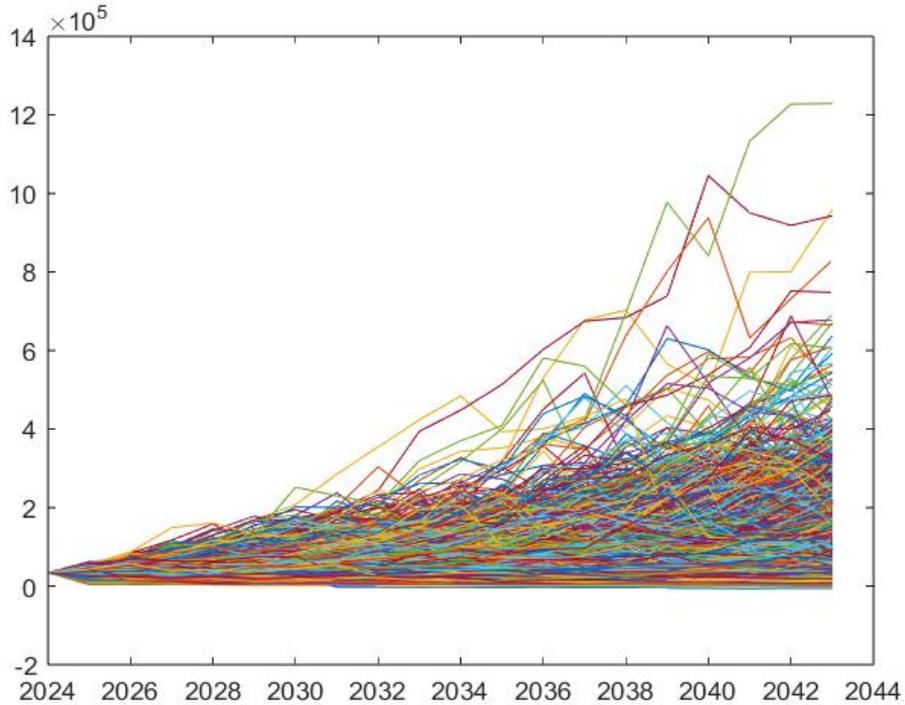


Figura 21 – Simulazione valore FTSEMiB, 2024 - 2043, 10 000 traiettorie.

Tuttavia, ai fini dell'implementazione del modello, è necessario ricavare il tasso di variazione anno per anno, traiettoria per traiettoria. Sulla base dei valori ottenuti mediante la simulazione, otteniamo i valori del rendimento.

Per il generico anno simulato t e la generica traiettoria k , abbiamo che:

$$j_t^{(k)} = \frac{\Delta I_t^{(k)}}{I_t^{(k)}}$$

Considerando che i prezzi azionari si distribuiscono come una lognormale, come già accennato precedentemente, i tassi di variazione di tali prezzi, quindi i rendimenti, si distribuiscono come una normale, infatti, partendo dal MGB:

$$dI_t = I_t(rdt + \sigma_j dW_t) \rightarrow j_t = \frac{dI_t}{I_t} = \frac{I_t(rdt + \sigma_j dW_t)}{I_t} = rdt + \sigma_j dW_t$$

È possibile giungere allo stesso risultato discretizzando tale processo e procedendo con un approccio simulativo Monte Carlo. Tuttavia, per completezza della

trattazione si è preferito rappresentare anche la possibile evoluzione del valore dell'indice azionario.

Tramite questa relazione otteniamo le diverse possibili realizzazioni del rendimento dell'indice azionario, simulato per 10 000 traiettorie, dal 2024 al 2042.

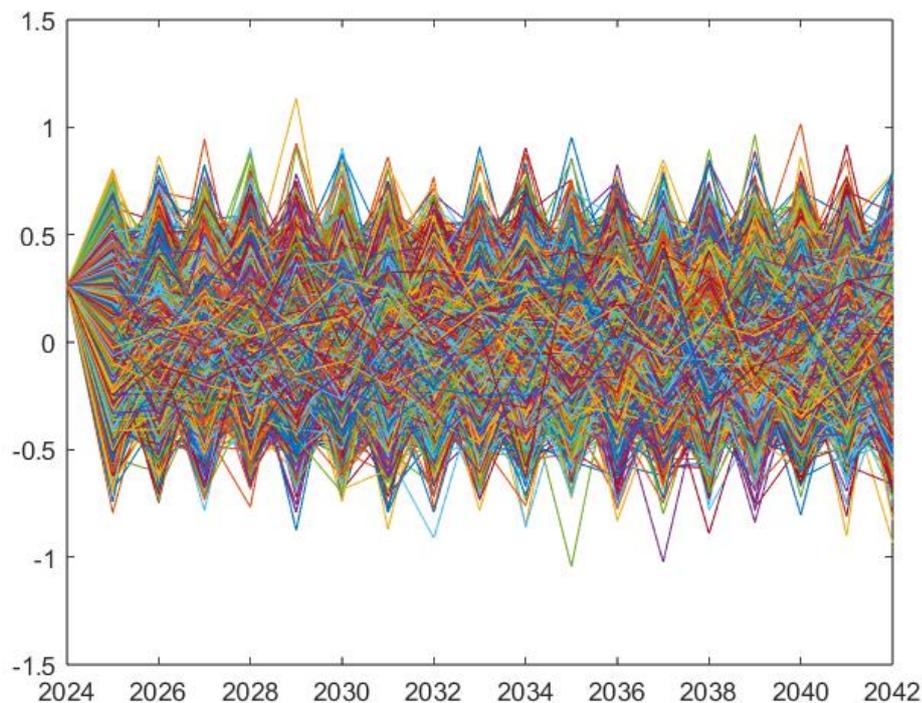


Figura 22 – Simulazione rendimenti dell'indice FTSEMIB, 2024 - 2042, 10 000 traiettorie.

Definito il tasso di variazione da applicare al valore del montante contributivo, dobbiamo individuare il vettore dei contributi da corrispondere in ogni anno.

Possiamo immaginare che i contributi siano determinati, di anno in anno, nel seguente modo:

$$P_t = \begin{cases} P_0 & t = 0 \\ P_{t-1}(1 + y_t) & t > 0 \end{cases}$$

Per ipotesi i contributi sono gli stessi in ogni traiettoria e l'ammontare da versare aumenta, di anno in anno, secondo un fattore y_t . Ipotizziamo che il fattore sia costante e pari al 3%, e che il contributo iniziale sia di 1000.

In questo modo, considerando anche i valori assunti da j_t in ogni traiettoria, possiamo costruire l'evoluzione del valore del fondo, quindi del montante contributivo,

per 10 000 traiettorie, fino al compimento dell'età pensionabile. Mediante l'implementazione dell'approccio simulativo otteniamo la seguente rappresentazione.

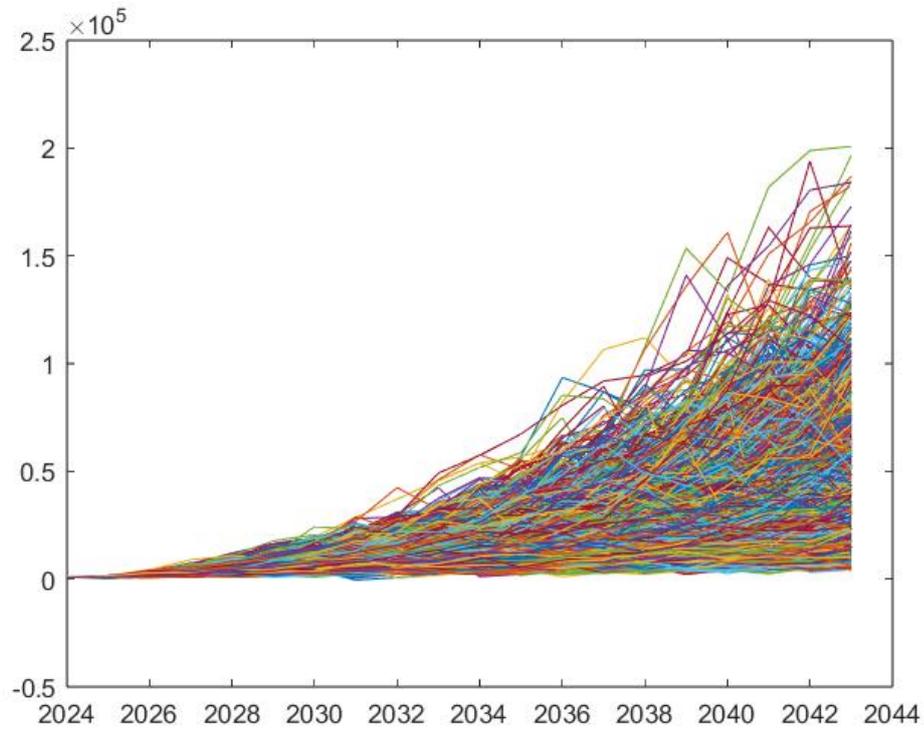


Figura 23 – Simulazione montante contributivo, 2024 - 2043, 10 000 traiettorie.

Da cui possiamo ricavare la distribuzione del montante contributivo a scadenza, cioè all'anno 2043, la quale è, considerando il processo utilizzato, lognormale.

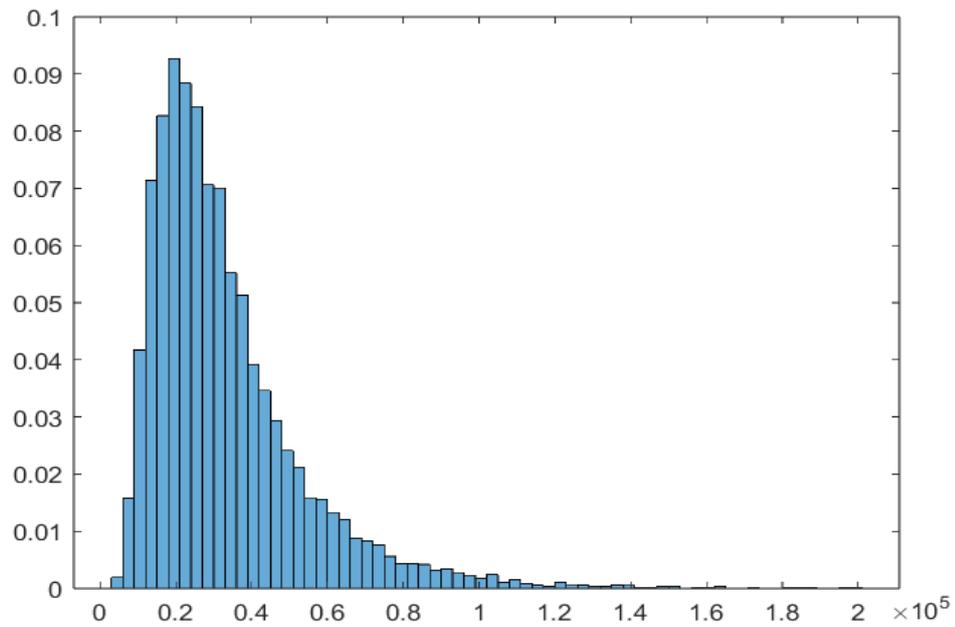


Figura 24 – Distribuzione di probabilità del montante a scadenza

3.4. Presentazione delle basi tecniche demografiche

Le basi tecniche demografiche utilizzate sono estratte da diverse tavole, afferenti alla pubblicazione di De Angelis e Di Falco (2016), le quali sono state combinate tramite fattori di ponderazione che esprimono l'affidabilità della tavola.

Le basi tecniche demografiche sono ricavate a partire dai dati INPS riguardo i titolari dell'indennità di accompagnamento, con riferimento agli anni 2002 – 2012. Il modello multistato considerato è coerente con quello già presentato e considerato nei precedenti paragrafi, ovvero un modello a tre stati (attivo, invalido, deceduto), in cui la riattivazione dallo stato di non autosufficienza non è considerata, tenuto anche conto della cronicità che caratterizza la perdita di autosufficienza.

Si ipotizza un modello a tempo discreto e non omogeneo, in quanto si procede alla determinazione dei valori proiettati delle probabilità. Tale proiezione è ottenuta mediante l'applicazione del modello di Lee-Carter con estensione di Brouhns et al. (2002), così come descritto nel capitolo precedente.

Tale approccio ha consentito la determinazione di tre tavole proiettate, ovvero LTC15L, LTC15M ed LTC15H, le quali presentano tutte le probabilità di transizione nei diversi stati, per individui di età compresa tra i 20 e i 95 anni, considerando 96 come età estrema, proiettate dal 2013 fino al 2043, distinta per sesso.

Ognuna delle tre tavole corrisponde a tre scenari diversi, descritti, rispettivamente, come “basso”, “centrale” ed “alto”, ottenuti mediante 1 000 simulazioni. Gli scenari fanno riferimento, rispettivamente, al valore corrispondente al percentile del 95%, il valore medio ed il valore corrispondente al percentile del 5%.

Ai fini dell'analisi si è pensato di costruire delle basi tecniche diverse per il pricing delle coperture LTC stand alone e la LTC integrata alla pensione, con riferimento all'anno di calendario considerato, prendendo ad esame, rispettivamente, il 2024 ed il 2043, denominandole LTC24 ed LTC43.

Fatta questa precisazione per l'anno di proiezione considerato, la ponderazione applicata è la medesima per entrambi gli anni. Considerando che i dati fanno riferimento al decennio 2002 – 2012 e che le stime risalgono al 2016, essi non incorporano il periodo legato alla pandemia da Covid-19, per questo motivo si è deciso di

costruire una tavola che desse più peso allo scenario “alto”, il quale è caratterizzato da una più alta mortalità, sia per gli invalidi che per gli attivi.

L’affidabilità considerata è, quindi, al 50% per lo scenario “alto”, 30% per quello “centrale” e 20% per quello “basso”. Per cui:

$$p^{ij}(x, 2024) = 0.5p_a^{ij}(x, 2024) + 0.3p_c^{ij}(x, 2024) + 0.2p_b^{ij}(x, 2024)$$

Dove i pedici fanno riferimento, rispettivamente, ad “alto”, “centrale” e “basso”.

Dalle recenti disposizioni derivanti dalla c.d. “Gender Directive”, inoltre, risulta obbligatoria l’adozione di una tavola unisex, da applicare indipendentemente dal genere dell’assicurato. Avendo le basi tecniche distinte per genere, ipotizziamo una ponderazione semplice al 50% per entrambi i generi.

Definito l’impianto probabilistico, si procede con la determinazione dei principali valori attuariali da determinare. I valori necessari per la descrizione delle coperture sono principalmente tre:

$$\ddot{a}_x^{aa} = \sum_{t=0}^{\omega-1-x} {}_t p_x^{aa} v_t, \quad a_x^{ai} = \sum_{t=1}^{\omega-1-x} {}_t p_x^{ai} v_t, \quad a_x^{ii} = \sum_{t=1}^{\omega-1-x} {}_t p_x^{ii} v_t$$

Le basi tecniche LTC24 ed LTC43, sono riportate, rispettivamente, alle sezioni A.2 ed A.3. dell’appendice.

In virtù del diverso scopo con il quale vengono trattati la LTC integrata alla pensione e la LTC stand alone, utilizzeremo un approccio diverso.

Per la LTC di tipo integrativo consideriamo una curva dei rendimenti per scadenza deterministica, estratta dall’applicazione del modello di CIR, così come descritto nei paragrafi precedenti, ovviamente considerando una curva dei tassi forward, poiché bisogna riportare la valutazione al 2043.

La scelta di utilizzare una curva deterministica ha una motivazione legata alla semplificazione della modellistica poiché, qualora volessimo considerare un approccio stocastico per i tassi d’interesse, sarebbe necessario determinare una misura di probabilità congiunta che consenta, mediante una funzione copula, di dare un misura di associazione tra le realizzazioni del processo stocastico del tasso e quello relativo al valore del fondo e, dato che il focus della trattazione di questo tipo di copertura

non è legato ad una *fair valuation* del prodotto, si è deciso di utilizzare tassi deterministici, ma comunque ricavati da una modellizzazione stocastica del tasso d'interesse.

In questo caso, il generico fattore di attualizzazione v_t sarà così determinato:

$$v_t = e^{-tF(2043,2043+t)}$$

Dove $F(s, r)$ indica il tasso forward in vigore dall'anno s all'anno r .

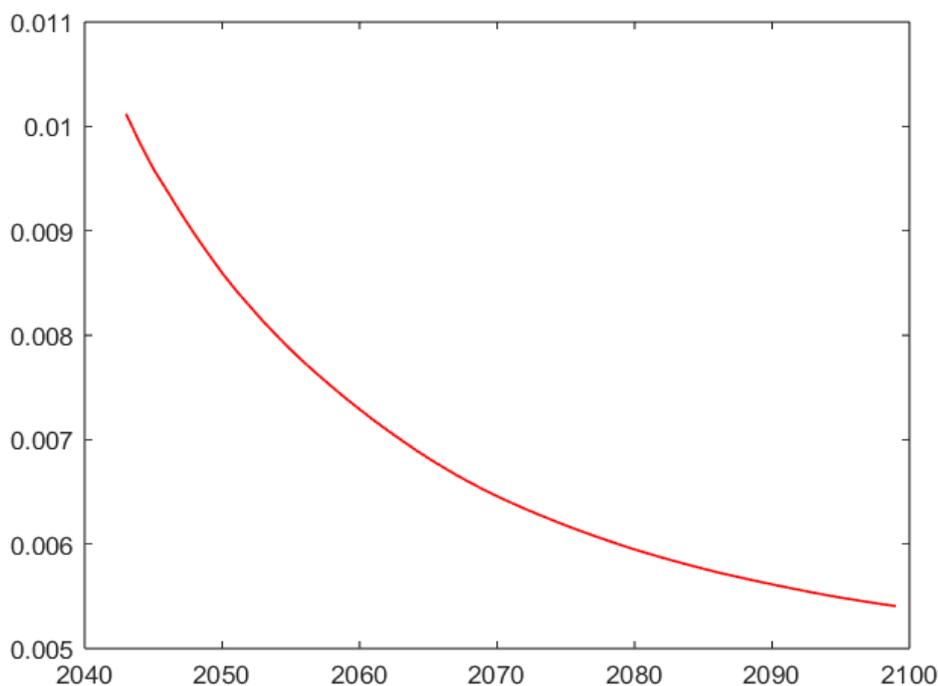


Figura 25 – Curva dei tassi forward stimata, 2043 - 2100.

Definita la curva dei tassi forward al 2043, possiamo procedere con la determinazione dei valori attuariali, calcolati per un sessantacinquenne, per cui:

$$\ddot{a}_{65}^{aa} = \sum_{t=0}^{30} {}_t p_{65}^{aa} v_t = 20.5021$$

$$a_{65}^{ai} = \sum_{t=1}^{31} {}_t p_{65}^{ai} v_t = 1.2045$$

$$a_{65}^{ii} = \sum_{t=1}^{31} {}_t p_{65}^{ii} v_t = 3.4488$$

Per la copertura stand alone, invece, la finalità è quella di un'applicazione tecnica, individuando il pricing, secondo un approccio al *fair value*, in linea con le disposizioni di vigilanza. Di conseguenza, in questo caso, utilizzeremo un approccio stocastico per la determinazione dei tassi di interesse utilizzati per l'attualizzazione.

Tale approccio verrà approfondito nel paragrafo 6.5., considerando come varia il premio unico della copertura in funzione dell'età in cui viene stipulata.

3.5. Valutazione di una copertura LTC integrata alla pensione

Definita la struttura per la determinazione del montante contributivo, nonché i valori attuariali necessari, si può procedere con la determinazione dei coefficienti di conversione in rendita.

Come già accennato, nel caso di LTC integrata alla pensione, al compimento dell'età pensionabile l'aderente al fondo può decidere se coprire o meno il rischio di non autosufficienza. Ovviamente, a seconda dei casi, ci ritroveremo a dover applicare dei coefficienti di trasformazione in rendita differenti.

Qualora la non autosufficienza non venga coperta, il coefficiente da applicare sarà:

$$\tau = \frac{1}{\ddot{a}_x^{aa} + a_x^{ai}} \rightarrow R = S\tau$$

Tale coefficiente verrà moltiplicato al montante contributivo, indicato con S , ottenendo la rata, indicata con R , da corrispondere al contribuente fino al suo decesso, indipendentemente dal suo stato di salute.

Nel caso l'opzione venga esercitata, la determinazione del tasso di conversione è resa più complicata, infatti, richiamando la relazione già espressa nel capitolo precedente, la relazione che intercorre tra il montante contributivo e le due rate, una da erogare nel periodo di attività e l'altra a copertura dell'invalidità, è la seguente:

$$S = R_a \ddot{a}_x^{aa} + R_i a_x^{ai}$$

Dove R_a è la rata percepita per il periodo da attivo e R_i è la rata da corrispondere nel caso in cui si manifesti la non autosufficienza.

Per cui, noto il montante contributivo, abbiamo bisogno di imporre un'ulteriore condizione per risolvere l'equazione, dato che abbiamo due incognite.

Nel framework proposto, il modo di risolvere tale problematica è il seguente.

Con riferimento alla relazione tra R ed S , ricavata in precedenza, otteniamo che:

$$(\ddot{a}_x^{aa} + a_x^{ai})R = R_a \ddot{a}_x^{aa} + R_i a_x^{ai}$$

Inoltre, sappiamo anche che $R_a < R < R_i$.

Consideriamo che, al momento dell'esercizio dell'opzione, il contribuente possa scegliere la quota della rata R , che otterrebbe in caso di mancato esercizio dell'opzione, a cui rinunciarebbe nel periodo da pensionato-attivo, per coprire la non autosufficienza. Indichiamo tale quota con q , con $q \in [0; 1]$.

Ovviamente $q = 0$ rappresenta lo scenario di mancato esercizio dell'opzione, mentre nell'ipotesi estrema $q = 1$ non sarebbe nient'altro che una particolare tipologia di LTC Stand Alone.

In formula, considerando quanto appena accennato, la rata da percepire per il periodo di attività è pari a:

$$R_a = R(1 - q) = S\tau(1 - q) = S\tau^a$$

Con τ^a il fattore di conversione in rata da attivo, espresso come:

$$\tau^a = \tau(1 - q) = \frac{1 - q}{\ddot{a}_x^{aa} + a_x^{ai}}$$

Possiamo esplicitare R_i dall'equazione prima richiamata che, considerata anche la condizione appena indicata, diventerà:

$$R_i = \frac{(\ddot{a}_x^{aa} + a_x^{ai})R - R_a\ddot{a}_x^{aa}}{a_x^{ai}} = \frac{(\ddot{a}_x^{aa} + a_x^{ai})R - R(1 - q)\ddot{a}_x^{aa}}{a_x^{ai}}$$

Mettendo in evidenza R otteniamo:

$$R_i = R \frac{\ddot{a}_x^{aa} + a_x^{ai} - (1 - q)\ddot{a}_x^{aa}}{a_x^{ai}} = S\tau \frac{\ddot{a}_x^{aa} + a_x^{ai} - (1 - q)\ddot{a}_x^{aa}}{a_x^{ai}} = S\tau^i$$

Dove τ^i , ovvero il fattore di conversione in rata d'invalidità, è determinato come:

$$\tau^i = \tau \frac{\ddot{a}_x^{aa} + a_x^{ai} - (1 - q)\ddot{a}_x^{aa}}{a_x^{ai}} = \frac{\ddot{a}_x^{aa} + a_x^{ai} - (1 - q)\ddot{a}_x^{aa}}{(\ddot{a}_x^{aa} + a_x^{ai})a_x^{ai}} = \frac{a_x^{ai} + q\ddot{a}_x^{aa}}{(\ddot{a}_x^{aa} + a_x^{ai})a_x^{ai}}$$

Come già discusso qualitativamente prima, per $q = 0$, non c'è copertura per la non autosufficienza, infatti, algebricamente, otteniamo che $\tau^a = \tau^i = \tau$; mentre per

$q = 1$, risulta che $\tau^a = 0$ e $\tau^i = \frac{1}{a_x^{ai}}$, ovvero il tasso di conversione di un capitale in rendita di invalidità.

Con questa struttura possiamo valutare la sensibilità delle diverse rate alla scelta di q e, attraverso il legame con S , anche rispetto alla regola di determinazione dei contributi.

Con una semplice derivata prima, possiamo trarre delle prime conclusioni.

$$\frac{dR_a}{dq} = -\frac{1}{\ddot{a}_x^{aa} + a_x^{ai}} S = -S\tau < 0; \quad \frac{dR_i}{dq} = S \frac{\ddot{a}_x^{aa}}{(\ddot{a}_x^{aa} + a_x^{ai})a_x^{ai}} = \frac{\ddot{a}_x^{aa}}{a_x^{ai}} S\tau > 0$$

Considerando la probabilità associata alle rispettive transizioni, è molto probabile che $\ddot{a}_x^{aa} > a_x^{ai}$, dato che, per ogni età, la probabilità di rimanere attivo è solitamente maggiore di quella di diventare invalido. Questo ci aiuta a concludere che un aumento di q genera una riduzione della rata percepita nel periodo di attività minore dell'aumento registrato nella rata di invalidità.

Utilizzando le basi tecniche ed i valori attuariali presentati nel precedente paragrafo, determiniamo i coefficienti di conversione.

$$\tau = \frac{1}{\ddot{a}_x^{aa} + a_x^{ai}} = \frac{1}{21.716} = 0.0461$$

Per calcolare τ^i e τ^a è necessario determinare q , tuttavia, alla luce dei valori attuariali determinati nel precedente paragrafo, possiamo comunque scriverli come una funzione lineare di q :

$$\tau^i(q) = \frac{a_x^{ai} + q\ddot{a}_x^{aa}}{(\ddot{a}_x^{aa} + a_x^{ai})a_x^{ai}} = \tau \left(1 + q \frac{\ddot{a}_x^{aa}}{a_x^{ai}} \right) = 0.046 + 0.7841q$$

$$\tau^a(q) = \frac{1 - q}{\ddot{a}_x^{aa} + a_x^{ai}} = \tau(1 - q) = 0.046(1 - q)$$

L'applicazione dei fattori consente di ricavare una distribuzione di probabilità per R , R_a ed R_i . Dato che la generica rata è ricavata applicando un fattore di conversione deterministico al montante, il quale si distribuisce secondo una lognormale, anche la generica rata presenterà una distribuzione lognormale.

Ipotizzando un valore della quota di cessione della rata (q) pari a 0.2, otteniamo:

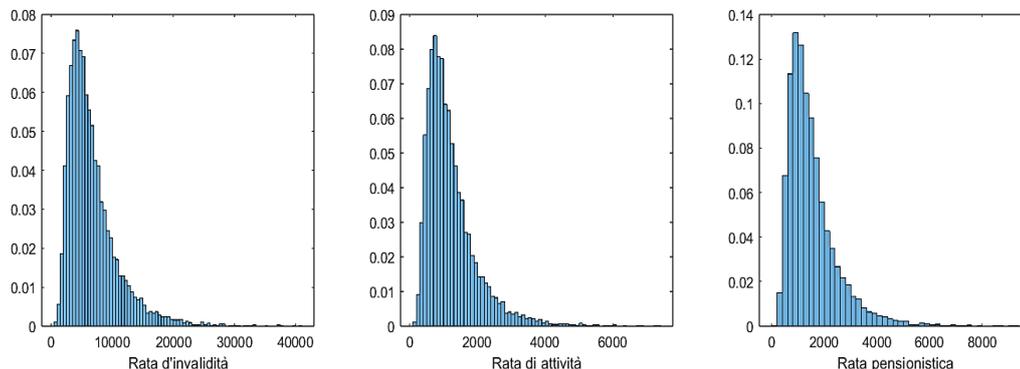


Figura 26 – Distribuzione di probabilità dell'ammontare della rata d'invalidità (sx), della rata di attività (centro) e della rata pensionistica (dx).

Tale approccio può essere utilizzato per valutare, data una legge di contribuzione predeterminata, la quota q che consente di raggiungere determinati obiettivi, ad esempio, si potrebbe determinare q in maniera tale da consentire il raggiungimento di una determinata soglia di VaR.

Applicheremo logiche di questo tipo nel capitolo successivo.

3.6. Pricing di una copertura LTC Stand Alone

La valutazione delle coperture stand alone, come già anticipato, sarà trattata in maniera più convenzionale, tale paragrafo intende individuare l'applicazione delle formule e dei valori attuariali determinati nel capitolo precedente.

Consideriamo come momento di valutazione l'anno 2024, per cui utilizziamo la base tecnica chiamata LTC24, così come descritta nel paragrafo riferito alla presentazione dalle basi tecniche.

In linea con le disposizioni di vigilanza, consideriamo un approccio al *fair value*, per cui non utilizzeremo un tasso tecnico per la determinazione del tasso di premio da applicare, ma una curva dei rendimenti per scadenza stocastica.

Considereremo le diverse curve che possono essere ottenute per ognuna delle 10 000 traiettorie precedentemente simulate con il modello di CIR, definiremo, quindi, il tasso di premio per la generica simulazione k -esima e ricaveremo il tasso

di premio come il valore atteso dei diversi tassi di premio ottenuti mediante simulazione. Il tasso di premio per un individuo di età x , indicato con $U_{x,LTC}$, sarà:

$$U_{x,LTC} = E_k[U_{x,LTC}^{(k)}] = E_k\left[\sum_{t=1}^{\omega-1-x} {}_t p_x^{ai} v_t^{(k)}\right]$$

Determineremo i tassi di premio per ogni età dai 20 ai 75 anni, anche se generalmente le coperture offerte dal mercato possono essere sottoscritte a partire dal compimento quarantesimo anno di età.

Affinché possa essere utilizzato questo approccio, abbiamo bisogno di determinare le curve dei rendimenti per scadenza per ogni traiettoria simulata, per cui:

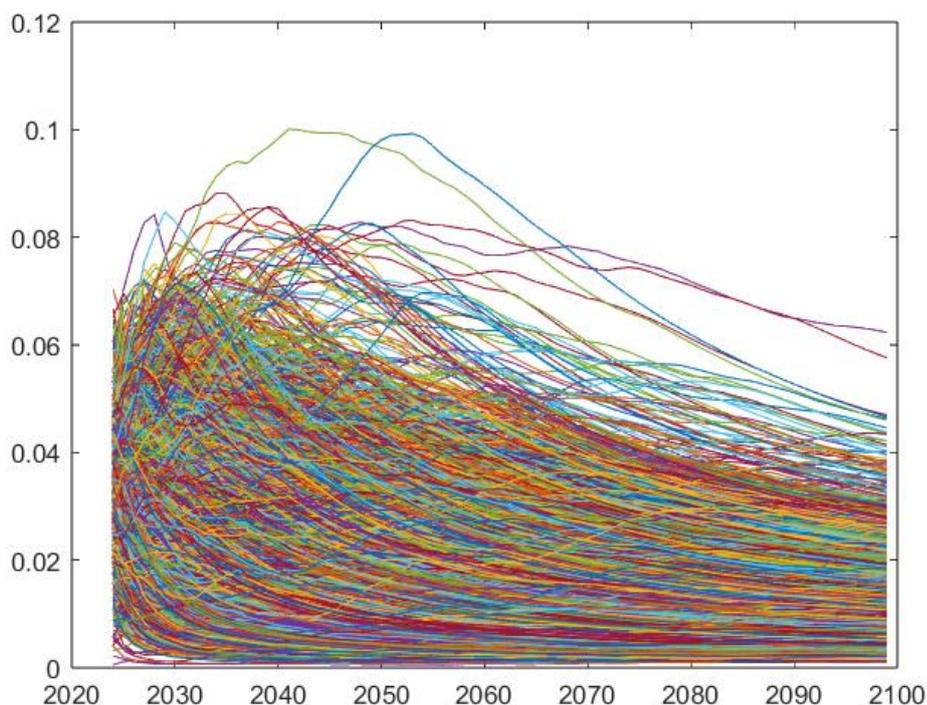


Figura 27 – Curve dei rendimenti per scadenza, 2024 - 2100, 10 000 traiettorie.

Dalle diverse curve dei rendimenti per scadenza possiamo estrarre il generico fattore di attualizzazione $v_t^{(k)}$, il quale viene utilizzato per il pricing della copertura assicurativa.

È da precisare che, affinché possa essere effettuata una corretta valutazione al fair value, è necessario proiettare anche le probabilità di transizioni e, inoltre, ipotizzare una forma di correlazione tra i tassi di interesse e le suddette probabilità.

Nonostante quest'ultimo fattore potrebbe essere trascurato, ipotizzando una forma di indipendenza tra i due fattori di rischio (anche se, alla luce dei nuovi rischi ambientali, potrebbe iniziare ad essere rilevante una correlazione tra i fattori demografici e quelli finanziari), resterebbe la problematica della proiezione delle probabilità stesse, la quale è fortemente limitata dalla mancata disponibilità dei dati.

Seguendo lo schema appena descritto, otteniamo i seguenti tassi di premio unico:

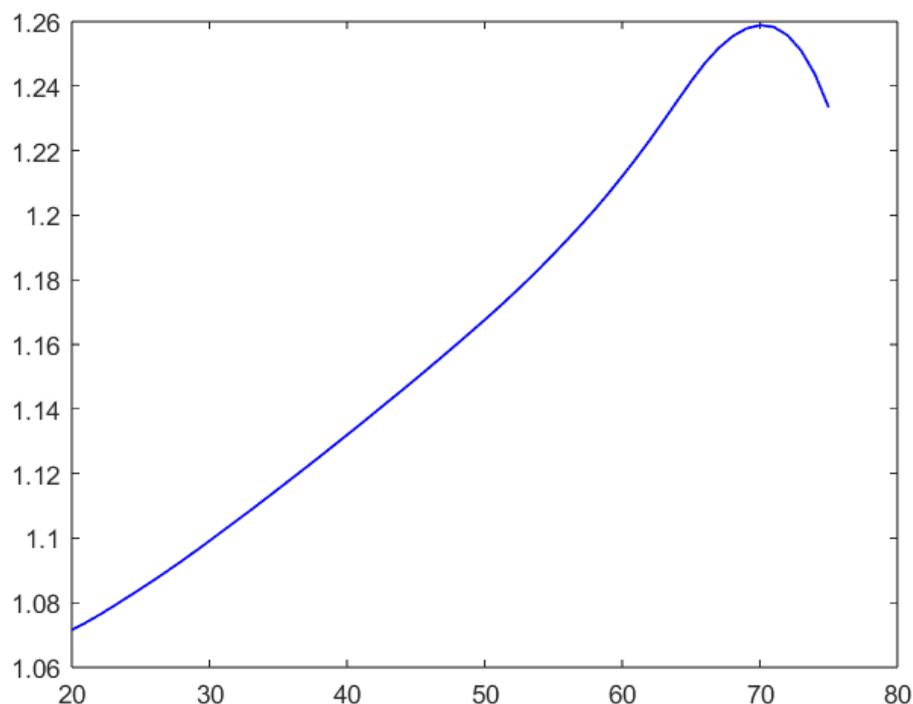


Figura 28 – Tassi di premio unico per una copertura LTC Stand Alone, età 20 - 75.

Possiamo notare come, a partire da un'età di sottoscrizione pari a 70 anni, il premio unico decresca, probabilmente tale effetto è dato dalla circostanza per cui, al crescere dell'età, la probabilità di morte cresce maggiormente rispetto alla probabilità di divenire invalido, ciò si traduce in un ammontare complessivo di rate di invalidità da corrispondere inferiore. Tale effetto, come si vedrà, non è presente nel caso in cui consideriamo un premio vitalizio.

Infatti, questo tipo di polizze, data la loro onerosità, prevedono tipicamente il pagamento dei premi sottoforma di premio periodico che, spesso, risulta essere nella forma di premio vitalizio.

Laddove volessimo determinare un tasso di premio vitalizio per una copertura LTC, sottoscritta da un individuo di età x , ovvero $\wp_{x,LTC}$, è necessario fare riferimento alla condizione di equilibrio attuariale, e quindi, per la generica traiettoria k , imponiamo che:

$$\wp_{x,LTC}^{(k)} \sum_{t=0}^{\omega-1-x} {}_t p_x^{aa} v_t^{(k)} = \sum_{t=1}^{\omega-1-x} {}_t p_x^{ai} v_t^{(k)}$$

Da cui ricaviamo:

$$\wp_{x,LTC}^{(k)} = \frac{\sum_{t=1}^{\omega-1-x} {}_t p_x^{ai} v_t^{(k)}}{\sum_{t=0}^{\omega-1-x} {}_t p_x^{aa} v_t^{(k)}}$$

Seguendo l'approccio del valore atteso, già utilizzato per il tasso di premio unico, abbiamo che:

$$\wp_{x,LTC} = E_k \left[\wp_{x,LTC}^{(k)} \right] = E_k \left[\frac{\sum_{t=1}^{\omega-1-x} {}_t p_x^{ai} v_t^{(k)}}{\sum_{t=0}^{\omega-1-x} {}_t p_x^{aa} v_t^{(k)}} \right]$$

Come già accennato, è prassi diffusa nel mercato assicurativo consentire la sottoscrizione della polizza associandola ad un pagamento periodico/vitalizio.

Ad esempio, consideriamo la copertura LTC offerta da Allianz, chiamata "Universo Persona". Tale copertura offre principalmente una rendita vitalizia, in caso di perdita definitiva della capacità di compiere autonomamente almeno 4 delle 6 ADL, ovvero muoversi nella stanza, alzarsi, vestirsi, nutrirsi, lavarsi ed espletare le funzioni fisiologiche.

La compagnia, sul proprio sito internet, mette a disposizione un simulatore per il calcolo della rendita d'invalidità³², determinando, sulla base dell'età di sottoscrizione – compresa tra i 40 ed i 75 anni – e del premio periodico che l'assicurato è disposto a corrispondere, la rata d'invalidità eventualmente riconosciuta.

Mediante tale simulatore, è possibile ricostruire i tassi di premio periodico applicati dalla compagnia, banalmente mettendo a rapporto, per ogni età, il premio vitalizio richiesto con la relativa rata associata.

³² www2.allianz.it/rendita-autosufficienza/ – Calcola la tua rendita – Allianz.

Possiamo, quindi, confrontare i tassi di premio applicati dalla compagnia, con quelli ottenuti dall'analisi dei dati proposta.

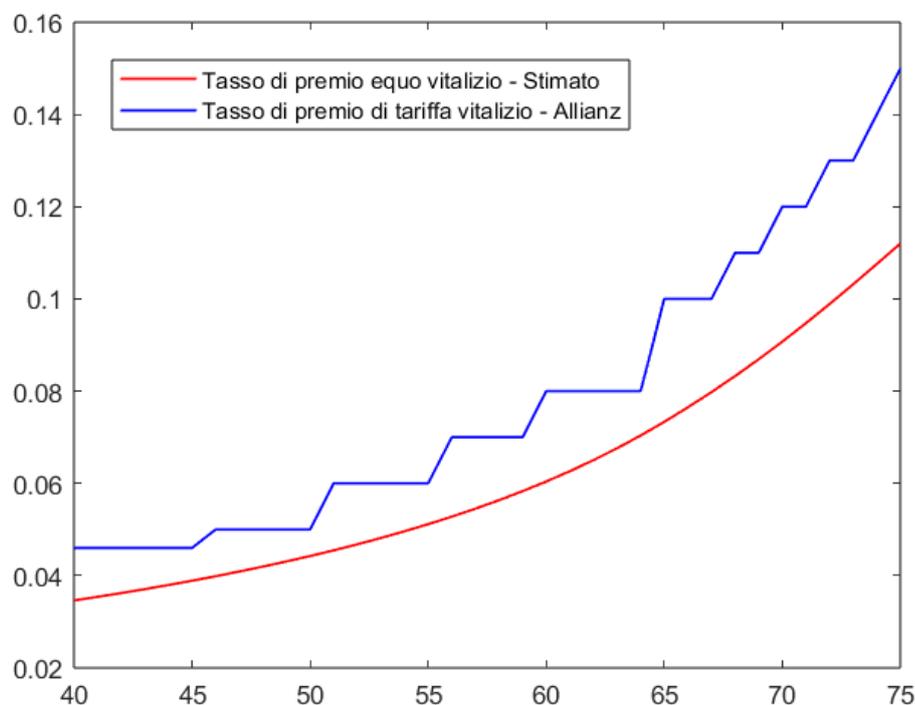


Figura 29 – Confronto tassi di premio vitalizio, stimato e Allianz, età 40 - 75.

Come si può notare, i tassi di premio vitalizio estratti dall'analisi presentano lo stesso trend individuato in quelli proposti da Allianz. Differiscono, tuttavia, per il livello ma tale differenza è necessaria, in quanto stiamo confrontando un premio equo, quindi privo di caricamenti sia di sicurezza che di spese, con un premio di tariffa che, al contrario, è incrementato dalle suddette componenti. Infatti, possiamo notare che la differenza tra i premi aumenta lievemente all'aumentare dell'ammontare del premio stesso, il che potrebbe essere collegato ad un caricamento per spese di acquisizione/incasso che, tipicamente, sono proporzionali al premio.

Notiamo, inoltre, come già precisato precedentemente, che il tasso di premio vitalizio è strettamente crescente nell'età, diversamente dal tasso di premio unico.

In questo modo, riusciamo a validare le ipotesi formulate rispetto alle basi tecniche demografiche e finanziarie poiché i risultati ottenuti mediante l'adozione di tali considerazioni risultano essere coerenti con quelli presentati dal mercato.

3.7. Considerazioni

Tramite l'analisi proposta nel capitolo abbiamo avuto modo di rendere operativo un modello di valutazione di una copertura LTC integrata alla pensione e, mediante il pricing di coperture stand alone, abbiamo validato sia l'impianto probabilistico utilizzato, quindi legato alle basi tecniche, sia la modellizzazione del tasso d'interesse, in quanto i risultati ottenuti mediante l'applicazione delle formule di pricing non si discostano di molto dai premi offerti dal mercato.

Grazie all'introduzione dei concetti esposti, sarà possibile valutare l'impatto delle variabili decisionali sull'effettiva determinazione della rata d'invalidità, consentendo un'eventuale valutazione a priori rispetto alle conseguenze di un semplice piano di accumulo previdenziale ma, soprattutto, individuare con quale livello di confidenza l'individuo possa raggiungere certi valori della rata d'invalidità, definita una quota massima della rata previdenziale a cui l'individuo è disposto a rinunciare.

Tale approccio verrà introdotto nel prossimo capitolo, in merito alla valutazione di una possibile proposta di policy.

Capitolo 4 – Conclusioni e proposte di policy

Introduzione

Nel capitolo conclusivo, alla luce di quanto osservato e discusso nei capitoli precedenti, sarà presentata e discussa una possibile soluzione alle problematiche emerse nell'analisi del fenomeno oggetto della tesi. Basandoci sulle analisi condotte e sui modelli di valutazione sviluppati nel corso della ricerca, ci concentreremo sull'idea e la proposta di una policy volta a mitigare il rischio di assistenza a lungo termine.

Attraverso un approccio che integra gli insegnamenti derivanti dalle valutazioni finanziarie e attuariali delle coperture LTC, nonché dall'analisi delle variabili decisionali, ci proponiamo di individuare eventuali soluzioni che possano affrontare efficacemente le problematiche discusse.

In particolare, esploreremo l'utilizzo delle quote di TFR come risorsa per consentire la sottoscrizione di coperture LTC, con un'attenzione particolare alla loro integrazione con il sistema pensionistico. Considerando i risultati ottenuti e le considerazioni espresse nel capitolo precedente, miriamo a fornire un'analisi delle implicazioni di questa proposta, valutandone sia gli aspetti finanziari che quelli relativi alla sostenibilità e all'efficacia nell'affrontare il rischio di assistenza a lungo termine.

La finalità è di fornire raccomandazioni pratiche e basate sui dati emersi dalla ricerca, al fine di contribuire al dibattito sulle politiche sociali e previdenziali, con l'obiettivo ultimo di migliorare la qualità della vita e la sicurezza finanziaria degli individui nell'affrontare le sfide legate all'invecchiamento della popolazione e alla crescente necessità di assistenza a lungo termine.

4.1. Proposte di policy

Nel corso di questo lavoro si sono toccati diversi punti chiave in tema di assistenza a lungo termine, in particolar modo per gli anziani. In sintesi:

Negli ultimi anni l'aspettativa di vita ha mostrato un trend di crescita, tuttavia, gli anni aggiuntivi di vita attesa non sono accompagnati ad un incremento proporzionale dell'aspettativa di vita in buona salute, per cui aumenta la percentuale di vita attesa in condizioni di non autosufficienza. Questo dato è maggiore per le donne rispetto agli uomini.

Si è notata, quindi, la presenza del rischio di assistenza a lungo termine. Si è visto come gli anziani, spesso, non abbiano le risorse e i mezzi sufficienti a gestire eventuali situazioni di invalidità e, ancora una volta, tali disagi sono maggiori nelle classi più discriminate.

Si è esplorata, pertanto, la necessità di una riforma del sistema di welfare la quale deve prevedere necessariamente una collaborazione stretta tra il pilastro pubblico e quello privato, data l'insostenibilità per la spesa pubblica a reggere da sola i costi assistenziali.

Si è parlato degli strumenti a disposizione dei privati per coprire il rischio di autosufficienza, con particolare riferimento alle polizze Long Term Care, sia di tipo stand alone che di tipo integrativo. Quest'ultima tipologia è stata maggiormente discussa, data la versatilità a coprire più rischi, essendo agganciata ad un fondo pensione e, quindi, individuando anche un supporto previdenziale. Tali strumenti, tuttavia, incontrano delle difficoltà di commercializzazione e diffusione, a causa di diversi elementi, tra cui sia di carattere economico che culturale.

Si è compreso, quindi, come sia la riforma del welfare, sia l'utilizzo di questi strumenti privati, siano fortemente limitati a causa di fattori sociali e culturali, quali l'educazione economico-finanziaria e l'educazione alla salute. Tali fattori, tuttavia, sono radicati all'interno della società e, al fine di risolvere tali problematiche, è necessario un approccio di lungo periodo, il quale consiste nell'informare ed educare i componenti attivi della società.

È, quindi, evidente la difficoltà di poter individuare una giusta misura che, in tempi non particolarmente lunghi, data l'urgenza di intervenire sulla problematica, possa aiutare a mitigare il rischio di non autosufficienza.

Riflettendo riguardo la situazione attuale, si è formulata una proposta di policy, ovvero l'utilizzo delle quote di TFR per consentire la sottoscrizione di coperture LTC, con particolare riferimento alle coperture integrate alla pensione.

Tale approccio potrebbe risolvere tre dei fondamentali problemi legati alla diffusione di queste tipologie di coperture.

Educazione alla salute. La scarsa consapevolezza dei fattori rilevanti rispetto al proprio stato di salute fa sì che gli individui valutino come *unfair* il costo della copertura, infatti, la sottostima della propria probabilità di divenire invalidi, fa percepire come eccessivamente costose tali coperture. Il TFR, d'altro canto, è una risorsa di cui l'individuo dispone, ma che non viene solitamente considerata nelle scelte di consumo futuro, per cui, l'utilizzo di questa risorsa finalizzata alla copertura di tale rischio non verrebbe percepita come un costo sostenuto.

Educazione economico finanziaria. La mancanza di conoscenza rispetto ai principali meccanismi finanziari orienta gli individui al risparmio piuttosto che all'investimento. Ancora, in questo caso, la quota di TFR non è una quota immediatamente disponibile per gli individui, per cui non verrà vista come una somma da risparmiare, bensì come una somma da destinare necessariamente ad altre finalità. Nel caso di specie, tra le scelte disponibili, la copertura LTC integrata ad un fondo pensione potrebbe essere una scelta invitante, in quanto copre sia un rischio di tipo puramente previdenziale, sia il rischio di non autosufficienza; inoltre, la copertura di quest'ultimo rischio non genera, almeno inizialmente, alcun costo aggiuntivo, in quanto la scelta di copertura di tale rischio è rimandata al momento di ingresso in quiescenza. Il costo si concretizzerà nella quota di rata previdenziale a cui rinunciare per attivare tale copertura.

Mancanza di dati. Le coperture LTC, a prescindere dalla percezione degli individui, sono costose, a causa della scarsa affidabilità dei dati di cui si dispone. Una volta ottenuto un numero sufficiente di sottoscrizioni, si potranno avere maggiori

informazioni riguardo all'andamento dello stato di salute rispetto ad un determinata popolazione, migliorando l'affidabilità delle basi tecniche e, quindi, consentendo un minore caricamento di sicurezza e, di conseguenza, un premio più basso per le coperture LTC.

Tuttavia, sorge un problema, ovvero: i contributi medi rappresentati dal versamento delle quote di TFR sono sufficienti per ottenere un montante contributivo tale da garantire, in caso di non autosufficienza, una rendita che copra i costi dell'invalidità?

Valuteremo tale situazione nei successivi paragrafi, applicando il modello di valutazione proposto nel capitolo precedente, in particolare verificheremo se, dato un programma di accumulo medio, esista un valore di q accettabile per coprire adeguatamente il rischio di non autosufficienza.

4.2. Elementi di valutazione

Affinché possiamo valutare la fattibilità della proposta, è necessario introdurre in maniera più dettagliata gli elementi chiave della valutazione.

Tali elementi sono rappresentati dal Trattamento di Fine Rapporto, il quale costituirà l'ammontare dei pagamenti periodici da versare, e dai costi della non autosufficienza, ovvero i costi che un individuo non autosufficiente deve sostenere al manifestarsi di tale rischio, tali costi rappresenteranno l'elemento di riferimento per la determinazione della rata da erogare nel periodo di invalidità.

4.2.1 Trattamento di Fine Rapporto

Il Trattamento di Fine Rapporto (TFR) è un aspetto fondamentale del sistema previdenziale italiano e rappresenta una forma di tutela economica per i lavoratori dipendenti.

Esso è la somma pagata dal datore di lavoro al lavoratore dipendente nel momento in cui termina il rapporto di lavoro. Il TFR viene determinato accantonando per ciascun anno di servizio una quota pari al 6,91% dell'importo della retribuzione dovuta per l'anno stesso.

In formula, abbiamo che:

$$q_t = 0.069RAL_t$$

Dove q_t e RAL_t sono, rispettivamente, la quota annua del TFR e la retribuzione annua lorda relativa all'anno t .

La somma accantonata, con esclusione della quota maturata nell'anno, viene rivalutata sulla base di un tasso costituito dall'1,5% in misura fissa più il 75% dell'aumento dell'indice ISTAT dei prezzi al consumo rilevato a dicembre dell'anno precedente; sulla rivalutazione si applica un'imposta sostitutiva del 17%. In formula:

$$TFR_t = q_t + TFR_{t-1}[(i_{riv} + 0.75\pi_t)0.83]$$

Con TFR_t l'ammontare del TFR complessivo all'anno t , i_{riv} è il tasso di rivalutazione, pari a 1.5%, e π_t è l'incremento dell'indice ISTAT dei prezzi al consumo.

Al termine del rapporto di lavoro, il TFR viene corrisposto al lavoratore, offrendo una sorta di "cuscinetto" economico per affrontare la transizione verso la pensione o un nuovo impiego.

In tema di previdenza complementare, tuttavia, il TFR può essere utilizzato come contributo da versare in un fondo pensione- Infatti, un lavoratore dipendente del settore privato che entra per la prima volta nel mercato del lavoro deve decidere entro sei mesi dall'assunzione se versare il TFR futuro alla previdenza complementare o lasciarlo in azienda.

La scelta di aderire alla previdenza complementare è irrevocabile, mentre quella di lasciare il TFR in azienda può in ogni momento essere modificata. In mancanza di una scelta esplicita da parte del lavoratore in merito al TFR opera il meccanismo del silenzio-assenso: il TFR confluisce automaticamente nel fondo pensione previsto dal contratto collettivo di lavoro o, in presenza di più fondi, in quello a cui è iscritto il maggior numero di dipendenti.

Come si comprende, il TFR è già destinato a misure di tipo assistenziale, per cui la proposta presentata sarebbe in linea con le finalità legate a tale elemento.

4.2.2 Costi della non autosufficienza

Come già accennato la copertura LTC deve essere tale per cui possa coprire i costi che un individuo sostiene nel momento in cui diventa non autosufficiente.

Le modalità attraverso le quali si può ricevere assistenza sono diverse e, quindi, diversi sono i costi da sostenere. Prendiamo ad esempio due soluzioni, ovvero l'ausilio di un badante oppure il soggiorno presso le Residenze Sanitarie Assistenziali.

Per quanto attiene all'assistenza ricevuta mediante badante, dobbiamo far riferimento al CCNL "Lavoro Domestico" anno 2020, il quale disciplina la retribuzione di tali figure professionali. All'art. 9 di tale CCNL, denominato "Inquadramento dei lavoratori", apprendiamo che le figure che si occupano dell'assistenza dei non autosufficienti appartengono alle categorie C Super (CS) e D Super (DS). La differenza è che coloro i quali afferiscono alla prima categoria coloro posseggono specifiche conoscenze di base, sia teoriche che tecniche, relative alle mansioni assegnate, mentre i soggetti appartenenti alla seconda categoria posseggono requisiti professionali e svolgono mansioni che comportano maggiori responsabilità.

La retribuzione minima mensile prevista per tali lavoratori è pari a €997,61 per i lavoratori della categoria CS, mentre ammonta a €1232,33 per la categoria DS. Tale retribuzione fa riferimento ai lavoratori conviventi ed esclude le indennità di vitto e alloggio, e la tredicesima.

Per quanto attiene alle Residenze Sanitarie Assistenziali, esse sono destinate ad accogliere anziani non autosufficienti. In queste strutture, metà retta - la quota sanitaria - è a carico del Servizio Sanitario Nazionale, l'altra metà - la quota alberghiera - dipende dalla disponibilità del Comune di residenza del paziente e dal suo reddito (determinato tramite l'ISEE).

In Italia, la determinazione delle tariffe per le Residenze Sanitarie Assistenziali (RSA) non segue un sistema unitario, ma varia da regione a regione.

In generale, le tariffe sono calcolate su base giornaliera, considerando la durata prolungata e variabile dei ricoveri nelle RSA. Esistono due principali sistemi tariffari: la tariffa per giornata di degenza, che è uguale per tutti i pazienti e non tiene conto

della complessità dei casi, e la tariffa giornaliera per caso trattato, che varia in base alle condizioni individuali del paziente e al suo assorbimento di risorse.

Le più frequenti sono quelle del primo tipo. Tali tariffe giornaliere variano significativamente tra le regioni italiane, con una media di €112,60 al giorno, le quali si traducono in circa €3.500 al mese, costo che potrebbe essere altamente proibitivo per un individuo anziano e per la sua famiglia.

4.3. Valutazione della proposta

Definiti gli elementi di valutazione, procediamo con la determinazione dei dati da utilizzare. Considereremo il modello di valutazione proposto nel capitolo precedente, per la quale applicazione abbiamo bisogno di determinare il vettore dei contributi versati, ovvero le quote annue di TFR.

Per determinare tali quote è necessario partire dalla retribuzione annua lorda dell'individuo. Otteniamo questo dato partendo dai dati ISTAT, la quale fornisce, per le classi d'età 15-29 anni, 30-49 anni e più di 50 anni, la retribuzione oraria media dal 2014 al 2021.

Lavorare per classi di età, tuttavia, potrebbe essere problematico, per cui, mediante un'interpolazione, ricostruiamo la possibile retribuzione oraria per singola età. Le modalità di interpolazione e il risultato sono presentati all'appendice A.5.

Tramite questa interpolazione abbiamo un quadro della retribuzione oraria distinta per età e per anno di registrazione. Ciò ci permette di determinare due tassi di crescita di tale variabile, ovvero:

g_x , il tasso di crescita della retribuzione oraria, dovuta all'avanzare dell'età. Esso è ottenuto come media geometrica dei tassi medi di crescita per età registrati in ogni anno. In formula:

$$g_x = \left[\prod_{t=2014}^{2021} (1 + \bar{g}_x(t)) \right]^{\frac{1}{8}} - 1 \quad \text{con} \quad \bar{g}_x(t) = \left[\prod_{i=15}^{64} \left(\frac{w_{i+1,t}}{w_{i,t}} \right) \right]^{\frac{1}{50}} - 1$$

Dove $\bar{g}_x(t)$ è il tasso di crescita medio per età determinato in corrispondenza dell'anno t , mentre $w_{i,t}$ è la retribuzione oraria lorda relativa ad un individuo di età i registrata nell'anno t .

g_t , è il tasso di crescita della retribuzione oraria dovuta allo scorrere del tempo. Esso viene ricavato tramite la media geometrica dei tassi medi di crescita per tempo, registrati in corrispondenza di ogni età. In formula.

$$g_t = \left[\prod_{x=15}^{65} (1 + \bar{g}_t(x)) \right]^{\frac{1}{51}} - 1 \quad \text{con} \quad \bar{g}_t(x) = \left[\prod_{j=2014}^{2020} \left(\frac{w_{x,j+1}}{w_{x,j}} \right) \right]^{\frac{1}{7}} - 1$$

Dove $\bar{g}_t(x)$ è il tasso di crescita medio per tempo determinato in corrispondenza dell'età x , mentre $w_{x,j}$ è la retribuzione oraria relativa ad un individuo di età x registrata nell'anno j .

Sulla base di queste formule, ricaviamo i valori dei due tassi di crescita:

$$g_x = 0.636\% \quad g_t = 0.69\%$$

Mediante questi tassi di crescita, possiamo pensare di proiettare la retribuzione oraria annua nel seguente modo:

$$w_{x+1,t+1} = w_{x,t}(1 + g_x)(1 + g_t) = w_{x,t}(1 + g)$$

Ottenendo $g = (1 + g_x)(1 + g_t) - 1 = 1.33\%$, che è il tasso di crescita della retribuzione oraria lorda che ogni individuo osserva in un anno.

Tale valore è importante perché al crescere della retribuzione, ovviamente, cresce anche la quota di TFR da accantonare e, quindi, rappresenta il tasso di crescita dei contributi al fondo, indicato con y_t nel modello presentato al capitolo precedente.

Riprendiamo il caso dell'individuo di 46 anni nel 2024, proposto nel capitolo 3. Tuttavia, in questo caso, consideriamo che tale individuo, al 2024, abbia già un montante contributivo, rappresentato dall'investimento nel fondo pensione delle quote di TFR a partire dal 2001, anno in cui aveva 23 anni, ovvero la sua età di ingresso nel mondo del lavoro.

Immaginiamo che, dall'inizio del periodo lavorativo, l'individuo abbia lavorato ogni anno per 40 ore settimanali, 52 settimane l'anno, questo ci consente di ricavare la retribuzione annua lorda con una semplice moltiplicazione.

Ricaviamo la retribuzione annua lorda iniziale, la quale è rilevante per il calcolo del primo versamento. Sulla base del framework appena discusso, la retribuzione oraria lorda di un ventitreenne al 2001 sarà pari a:

$$w_{23,2001} = w_{23,2014}(1 + g_t)^{-13} = 9.007042 \text{ €/h}$$

Otteniamo il contributo iniziale, il quale crescerà poi di anno in anno al tasso di crescita g , come:

$$p_{2001} = w_{23,2001} \cdot 40 \cdot 52 \cdot 6.91\%$$

L'evoluzione del montante contributivo nel tempo, ovvero dal 2001, anno del primo versamento, al 2043, anno di ingresso in quiescenza, è di seguito rappresentato.

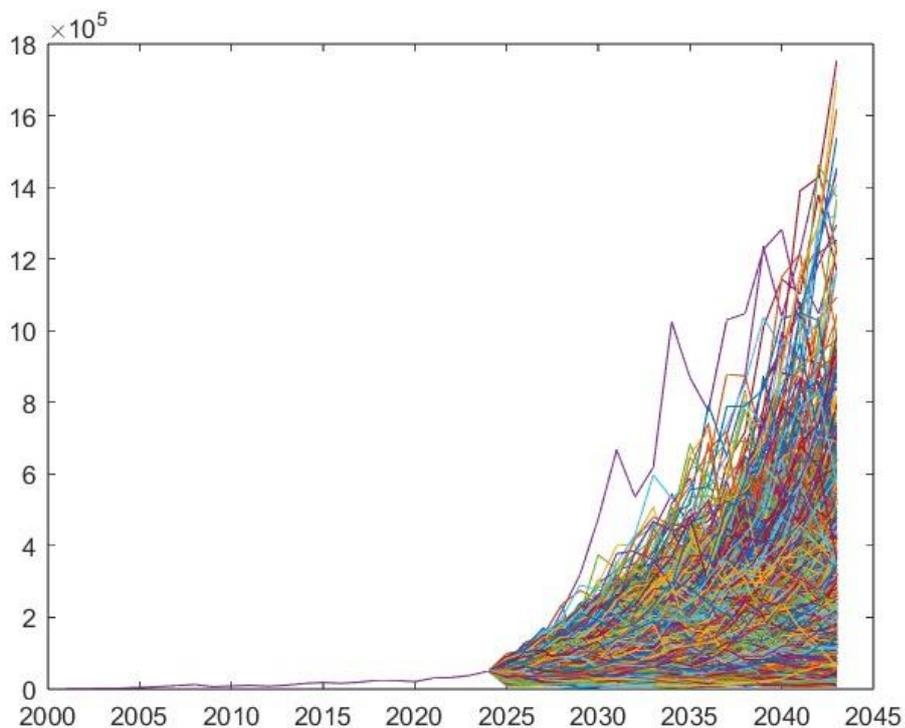


Figura 30 – Simulazione montante contributivo, 2001 - 2043, 10 000 traiettorie.

In questo modo riusciamo ad ottenere una distribuzione del montante a scadenza che, analogamente a quanto riportato nel capitolo precedente, è lognormale.

Ottenuta tale distribuzione, è necessario operare la conversione del montante contributivo in rendita. Nel caso di mancato esercizio dell'opzione si applica il coefficiente di trasformazione classico, qualora, la contrario, l'opzione venga esercitata,

è necessario determinare il valore di q affinché possano essere applicate le formule precedentemente presentate.

Come abbiamo visto, un aumento di q genera un incremento della rata d'invalidità che è maggiore della riduzione della rata percepita durante il periodo di attività. Possiamo, quindi, ai fini della valutazione, esplorare il legame tra q e diverse misure di valutazione.

È necessario, in questo caso, considerare i costi di non autosufficienza precedentemente esposti. A seconda del servizio scelto, i costi della non autosufficienza variano dai €1.500 al mese in caso di assistenza ricevuta da un badante, ad un minimo di €3.500 per l'assistenza presso una RSA.

Di conseguenza, data la distribuzione della rata d'invalidità, possiamo mettere in relazione i percentili della distribuzione e i valori che q deve assumere affinché il valore, in corrispondenza di quel determinato percentile, sia tale da coprire i costi associati alla non autosufficienza.

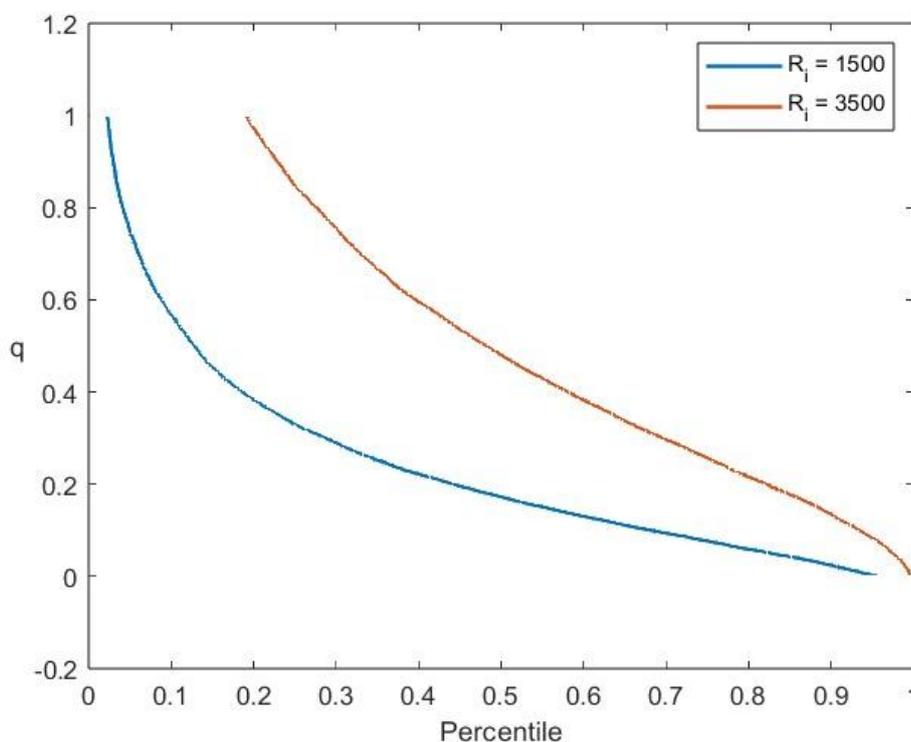


Figura 31 – Relazione q e percentile per rata d'invalidità

Tale grafico illustra il valore che q deve assumere affinché il valore della rata d'invalidità in corrispondenza del percentile, indicato nell'asse delle ascisse, sia tale da coprire i costi dell'assistenza domestica (1.500, in blu) oppure i costi delle residenze assistenziali (3.500, in rosso), ovvero il valore che q deve assumere affinché si ottenga una determinata probabilità di non coprire i costi della non autosufficienza. Tale relazione è espressa partendo dalla seguente misura di probabilità, opportunamente riscritta richiamando le relazioni mostrate nel precedente capitolo.

$$p\{R_i < \bar{R}_i\} = p\left\{S\tau\left(1 + q\frac{\ddot{a}_x^{aa}}{a_x^{ai}}\right) < \bar{R}_i\right\} = p\left\{S < \frac{\bar{R}_i}{\tau} \frac{a_x^{ai}}{a_x^{ai} + q\ddot{a}_x^{aa}}\right\}$$

Da cui, conoscendo la distribuzione di S , possiamo ricavare i valori di q , data la seguente relazione tra q ed il percentile α :

$$q: \quad p\left\{S < \frac{\bar{R}_i}{\tau} \frac{a_x^{ai}}{a_x^{ai} + q\ddot{a}_x^{aa}}\right\} = \alpha$$

Ricavando il valore di q in corrispondenza di ogni valore di $\alpha \in [0; 1]$, sotto il vincolo che anche $q \in [0; 1]$. Infatti, ci sono percentili per cui non ritroviamo il valore q associato dato che, considerando il vincolo su q , non ci sarebbero soluzioni all'equazione sopra proposta. I valori di \bar{R}_i considerati sono, come accennato precedentemente, 1.500 e 3.500.

Riportiamo i valori di q in corrispondenza dei percentili (α) più rilevanti.

α	q	
	$\bar{R}_i = 1500$	$\bar{R}_i = 3500$
0.5%	N.A.	N.A.
1%	N.A.	N.A.
5%	0.7439	N. A.
10%	0.5530	N. A.
25%	0.3281	0.8440
50%	0.1669	0.4748

Figura 32 – Relazione q e percentile per rata d'invalidità pari a 1500 e 3500.

Ad esempio, rinunciando al 74,39% della rata di pensione complementare, solo nel 5% dei casi si avrà una rata di invalidità inferiore a 1.500. Invece, rinunciando all'84,4% della suddetta rata, la probabilità di non riuscire a coprire i costi di una RSA, quindi di avere una rata d'invalidità inferiore a 3.500 è del 25%.

Come si può notare, dato che q è compreso tra 0 ed 1, non ci sono sempre possibili valori di q che soddisfino tale condizione.

Inoltre, riportiamo che, qualora l'individuo scegliesse di rinunciare a tutta la pensione complementare e destinare tutte le risorse alla copertura della non autosufficienza, quindi per $q = 1$, la probabilità di non riuscire a coprire i costi di una figura addetta alla cura della persona è del 2,1%, mentre quella di non riuscire a permettersi il pagamento di una tariffa mensile presso una RSA sarebbe del 18,91%.

Imponendo come valore ragionevolmente accettabile una quota di cessione del 30%, ritroviamo che, in corrispondenza di tale valore, nel 28,12% dei casi non sarà possibile coprire le spese legate alla retribuzione di un caregiver specializzato e nel 68,86% non si riusciranno a coprire i costi di una RSA,

4.4. Conclusioni

Dall'applicazione del modello ai dati, notiamo che, seppur rinunciando ad una quota considerevole della pensione complementare (es. 55,30%) si potrebbe raggiungere un ragionevole livello di confidenza (10%, con riferimento alla Figura 32) per il quale si riesca a coprire almeno la spesa legata ad un badante.

Il problema principale è che i dati sulla retribuzione, e quindi sul TFR, sono dati che fanno riferimento ad una media di tutti i lavoratori, quindi, anche se potremmo concludere che tale copertura possa consentire la gestione della non autosufficienza, seppur con considerevoli rinunce, questo sarebbe vero esclusivamente in media. Questo vuol dire che esistono lavoratori la cui retribuzione si colloca nella coda sinistra, quindi inferiore alla media, per cui tale condizione potrebbe non valere.

Tale problema risulta essere significativo perché ai lavoratori con una più bassa retribuzione è tipicamente associata un livello di istruzione più basso, il quale, inoltre, ha una correlazione negativa con l'educazione alla salute e, quindi, con la cultura della prevenzione.

Ne deriva che i soggetti che hanno più basse disponibilità economiche, non solo sono più esposti al rischio di assistenza a lungo termine in quanto hanno risorse

finanziarie meno cospicue, ma sono ancora più a rischio in quanto hanno una probabilità più alta di incorrere in situazioni di non autosufficienza.

Alla luce di ciò, riprendendo temi già trattati, è essenziale l'introduzione di un sistema di welfare che consenta l'applicazione dei principi di solidarietà e mutualità mediante i quali si possa cercare di riequilibrare la situazione in riferimento a tale rischio.

È altresì rilevante anche il focus sull'EFL e la Health Literacy, in quanto risultano fondamentali per mitigare il rischio complessivo a cui può essere esposta la collettività.

Appendice

A. 1. Stima del modello per i tassi (CIR)

Partiamo dall'equazione di regressione:

$$\frac{\Delta r_t}{\sqrt{r_t}} = \beta_1 \frac{1}{\sqrt{r_t}} + \beta_2 \sqrt{r_t} + u$$

Per semplicità indichiamo con:

$$y = \frac{\Delta r_t}{\sqrt{r_t}} \quad x_1 = \frac{1}{\sqrt{r_t}} \quad x_2 = \sqrt{r_t}$$

quindi:

$$y = \beta_1 x_1 + \beta_2 x_2 + u$$

che, in forma matriciale, è:

$$Y = X\beta + u$$

dove

$$Y = \begin{bmatrix} \frac{\Delta r_1}{\sqrt{r_1}} \\ \dots \\ \frac{\Delta r_j}{\sqrt{r_j}} \\ \dots \\ \frac{\Delta r_{n-1}}{\sqrt{r_{n-1}}} \end{bmatrix} \quad X = \begin{bmatrix} \frac{1}{\sqrt{r_1}} & \sqrt{r_1} \\ \dots & \dots \\ \frac{1}{\sqrt{r_j}} & \sqrt{r_j} \\ \dots & \dots \\ \frac{1}{\sqrt{r_{n-1}}} & \sqrt{r_{n-1}} \end{bmatrix} \quad \beta = \begin{bmatrix} \beta_1 \\ \beta_2 \end{bmatrix} \quad u = \sigma \begin{bmatrix} N_1(0,1) \\ \dots \\ N_j(0,1) \\ \dots \\ N_{n-1}(0,1) \end{bmatrix}$$

L'ultimo termine presenta il pedice $n - 1$ perché, nell'effettuare la differenza prima, perdiamo un'osservazione.

Il problema di minimizzazione trova soluzione secondo l'algebra matriciale con:

$$\hat{\beta} = \begin{bmatrix} \hat{\beta}_1 \\ \hat{\beta}_2 \end{bmatrix} = (X^T X)^{-1} X^T Y$$

Otteniamo in questo modo i coefficienti, ricavando di conseguenza i parametri.

A. 2. Basi Tecniche (2024) per LTC Stand Alone – LTC24

La tavola è ottenuta partendo dalle tavole LTC15L, LTC15M e LTC15H, realizzate dall'ANIA in collaborazione con l'Università degli studi di Roma "La Sapienza", nel 2015, considerando l'anno di proiezione 2024, aggregandole mediante una media ponderata pesando lo scenario alto al 50%, quello centrale al 30% e quello basso al 20%. Date le disposizioni normative che impongono l'utilizzo di una tavola uni-sex, decidiamo di utilizzare una ponderazione al 50% per entrambi i generi.

x	p_x^{aa}	p_x^{ai}	p_x^{ad}	p_x^{ii}	p_x^{id}
20	0.999641	0.000138	0.000220	0.992615	0.007385
21	0.999640	0.000132	0.000228	0.992312	0.007688
22	0.999639	0.000126	0.000234	0.991139	0.008861
23	0.999633	0.000128	0.000239	0.989579	0.010421
24	0.999627	0.000131	0.000242	0.989633	0.010367
25	0.999618	0.000135	0.000247	0.988333	0.011667
26	0.999610	0.000138	0.000252	0.984795	0.015205
27	0.999602	0.000139	0.000258	0.983423	0.016577
28	0.999596	0.000141	0.000263	0.982260	0.017740
29	0.999590	0.000143	0.000267	0.980599	0.019401
30	0.999579	0.000151	0.000271	0.978286	0.021714
31	0.999562	0.000162	0.000276	0.974856	0.025144
32	0.999543	0.000172	0.000285	0.972544	0.027456
33	0.999525	0.000177	0.000298	0.971228	0.028772
34	0.999497	0.000189	0.000314	0.967527	0.032473
35	0.999463	0.000204	0.000333	0.965677	0.034323
36	0.999425	0.000220	0.000355	0.963595	0.036405
37	0.999382	0.000239	0.000378	0.959125	0.040875
38	0.999344	0.000252	0.000404	0.954640	0.045360
39	0.999281	0.000278	0.000440	0.952774	0.047226
40	0.999213	0.000307	0.000480	0.951108	0.048892
41	0.999156	0.000327	0.000517	0.944645	0.055355
42	0.999077	0.000363	0.000559	0.940155	0.059845
43	0.998992	0.000403	0.000604	0.934952	0.065048
44	0.998902	0.000438	0.000660	0.930465	0.069535
45	0.998805	0.000477	0.000718	0.925268	0.074732
46	0.998701	0.000524	0.000775	0.919017	0.080983
47	0.998576	0.000576	0.000848	0.915448	0.084552
48	0.998448	0.000633	0.000919	0.910117	0.089883
49	0.998297	0.000700	0.001003	0.904619	0.095381
50	0.998138	0.000762	0.001100	0.898704	0.101296
51	0.997968	0.000828	0.001203	0.893542	0.106458
52	0.997778	0.000906	0.001316	0.886466	0.113534

53	0.997573	0.000979	0.001448	0.880106	0.119894
54	0.997361	0.001059	0.001580	0.876250	0.123750
55	0.997123	0.001159	0.001717	0.872189	0.127811
56	0.996884	0.001272	0.001844	0.868016	0.131984
57	0.996607	0.001387	0.002007	0.864121	0.135879
58	0.996309	0.001499	0.002192	0.859682	0.140318
59	0.995973	0.001630	0.002397	0.852853	0.147147
60	0.995591	0.001791	0.002617	0.848050	0.151950
61	0.995183	0.001955	0.002862	0.844898	0.155102
62	0.994789	0.002126	0.003085	0.841353	0.158647
63	0.994337	0.002352	0.003311	0.835944	0.164056
64	0.993815	0.002641	0.003544	0.831085	0.168915
65	0.993087	0.003068	0.003845	0.829944	0.170056
66	0.992156	0.003668	0.004176	0.828648	0.171352
67	0.991094	0.004334	0.004572	0.826509	0.173491
68	0.989993	0.005070	0.004938	0.826209	0.173791
69	0.988724	0.005914	0.005362	0.826903	0.173097
70	0.987257	0.006908	0.005836	0.825036	0.174964
71	0.985540	0.008082	0.006378	0.823125	0.176875
72	0.983680	0.009401	0.006919	0.821940	0.178060
73	0.981459	0.010944	0.007597	0.818704	0.181296
74	0.978863	0.012740	0.008398	0.815670	0.184330
75	0.975882	0.014783	0.009335	0.812578	0.187422
76	0.972546	0.017040	0.010414	0.808242	0.191758
77	0.968816	0.019605	0.011579	0.803293	0.196707
78	0.964438	0.022591	0.012971	0.796767	0.203233
79	0.959514	0.025921	0.014565	0.789558	0.210442
80	0.954290	0.029333	0.016377	0.781728	0.218272
81	0.948930	0.032704	0.018366	0.772429	0.227571
82	0.943576	0.036258	0.020166	0.761433	0.238567
83	0.937104	0.040385	0.022511	0.750735	0.249265
84	0.929295	0.045070	0.025636	0.739404	0.260596
85	0.920746	0.049915	0.029339	0.725590	0.274410
86	0.911568	0.054557	0.033875	0.711417	0.288583
87	0.902389	0.059066	0.038546	0.696977	0.303023
88	0.892224	0.064171	0.043605	0.682184	0.317816
89	0.882497	0.068927	0.048576	0.667084	0.332916
90	0.875284	0.071271	0.053445	0.650951	0.349049
91	0.868651	0.072380	0.058969	0.633443	0.366557
92	0.862194	0.072339	0.065467	0.613255	0.386745
93	0.855047	0.072318	0.072635	0.592628	0.407372
94	0.847153	0.072317	0.080530	0.571630	0.428370
95	0.838452	0.072337	0.089211	0.550337	0.449663

Figura 33 – Tavola LTC24

A. 3. Basi Tecniche (2043) per LTC integrata alla pensione – LTC43

Per la tavola LTC43 la modalità di costruzione è analoga alla LTC24, differiscono esclusivamente per l'anno di proiezione utilizzato, in questo caso si farà riferimento ad i dati proiettati al 2043, ultimo anno di proiezione disponibile nelle basi tecniche di partenza.

x	p_x^{aa}	p_x^{ai}	p_x^{ad}	p_x^{ii}	p_x^{id}
20	0.999751	0.000144	0.000106	0.997012	0.002988
21	0.999752	0.000138	0.000111	0.996811	0.003189
22	0.999754	0.000132	0.000115	0.996228	0.003772
23	0.999749	0.000133	0.000118	0.995421	0.004579
24	0.999743	0.000137	0.000120	0.995355	0.004645
25	0.999735	0.000142	0.000123	0.994666	0.005334
26	0.999728	0.000145	0.000127	0.992839	0.007161
27	0.999723	0.000146	0.000131	0.991942	0.008058
28	0.999718	0.000148	0.000134	0.991148	0.008852
29	0.999713	0.000150	0.000137	0.990089	0.009911
30	0.999702	0.000158	0.000140	0.988636	0.011364
31	0.999687	0.000170	0.000143	0.986589	0.013411
32	0.999671	0.000181	0.000148	0.985006	0.014994
33	0.999658	0.000186	0.000156	0.983925	0.016075
34	0.999637	0.000199	0.000164	0.981459	0.018541
35	0.999611	0.000215	0.000175	0.979998	0.020002
36	0.999582	0.000231	0.000186	0.978287	0.021713
37	0.999550	0.000252	0.000199	0.975051	0.024949
38	0.999522	0.000266	0.000212	0.971690	0.028310
39	0.999476	0.000293	0.000231	0.969878	0.030122
40	0.999425	0.000324	0.000251	0.968148	0.031852
41	0.999385	0.000345	0.000270	0.963134	0.036866
42	0.999325	0.000384	0.000292	0.959268	0.040732
43	0.999260	0.000426	0.000314	0.954658	0.045342
44	0.999195	0.000463	0.000341	0.950388	0.049612
45	0.999125	0.000505	0.000369	0.945444	0.054556
46	0.999048	0.000556	0.000397	0.939474	0.060526
47	0.998957	0.000612	0.000431	0.935293	0.064707
48	0.998862	0.000673	0.000465	0.929544	0.070456
49	0.998751	0.000745	0.000504	0.923413	0.076587
50	0.998640	0.000812	0.000548	0.916651	0.083349
51	0.998522	0.000882	0.000596	0.910245	0.089755
52	0.998386	0.000966	0.000648	0.901944	0.098056
53	0.998249	0.001044	0.000707	0.893941	0.106059
54	0.998105	0.001130	0.000765	0.887913	0.112087
55	0.997940	0.001235	0.000824	0.881466	0.118534
56	0.997767	0.001354	0.000879	0.874707	0.125293

57	0.997575	0.001475	0.000950	0.867993	0.132007
58	0.997379	0.001593	0.001028	0.860391	0.139609
59	0.997152	0.001731	0.001117	0.849912	0.150088
60	0.996889	0.001899	0.001211	0.840900	0.159100
61	0.996620	0.002067	0.001313	0.833438	0.166562
62	0.996350	0.002245	0.001404	0.825417	0.174583
63	0.996015	0.002482	0.001504	0.815204	0.184796
64	0.995623	0.002769	0.001608	0.805430	0.194570
65	0.995056	0.003200	0.001745	0.799823	0.200177
66	0.994285	0.003811	0.001903	0.794161	0.205839
67	0.993420	0.004480	0.002100	0.787616	0.212384
68	0.992502	0.005213	0.002285	0.783349	0.216651
69	0.991461	0.006047	0.002492	0.780431	0.219569
70	0.990236	0.007023	0.002741	0.774548	0.225452
71	0.988782	0.008181	0.003037	0.768767	0.231233
72	0.987182	0.009484	0.003334	0.764023	0.235977
73	0.985271	0.011003	0.003726	0.756763	0.243237
74	0.983057	0.012758	0.004185	0.749874	0.250126
75	0.980553	0.014720	0.004727	0.743038	0.256962
76	0.977714	0.016914	0.005372	0.734616	0.265384
77	0.974512	0.019383	0.006105	0.725498	0.274502
78	0.970740	0.022254	0.007006	0.714511	0.285489
79	0.966533	0.025423	0.008044	0.702604	0.297396
80	0.962093	0.028646	0.009261	0.689915	0.310085
81	0.957582	0.031802	0.010616	0.675434	0.324566
82	0.952962	0.035021	0.012017	0.658820	0.341180
83	0.947480	0.038729	0.013791	0.642703	0.357297
84	0.941033	0.042938	0.016029	0.625911	0.374089
85	0.934141	0.047219	0.018639	0.606232	0.393768
86	0.927035	0.051297	0.021668	0.586309	0.413691
87	0.919863	0.055244	0.024893	0.566217	0.433783
88	0.911649	0.059801	0.028551	0.546164	0.453836
89	0.903712	0.063933	0.032355	0.526209	0.473791
90	0.898637	0.065667	0.035696	0.505368	0.494632
91	0.894503	0.066339	0.039158	0.483457	0.516543
92	0.891167	0.065865	0.042969	0.458646	0.541354
93	0.887452	0.065416	0.047133	0.434074	0.565926
94	0.883331	0.064991	0.051678	0.409867	0.590133
95	0.878773	0.064591	0.056636	0.386143	0.613857

Figura 34 – Tavola LTC43

A. 4. Script MATLAB

A. 4. 1. Capitolo 3

```
%% Modello dei tassi d'interesse - CIR

%% Caricamento Dati Euribor

Euribor = readmatrix("Euribor1Y.csv");
E = Euribor(7:end-3,2)/100; % Considero i dati dal 2001 al 2021

figure(1)
plot(Euribor(:,1),Euribor(:,2)/100,"LineWidth",1,"Color","g")

%% Stima dei parametri - Modello di CIR

y = (E(2:end) - E(1:end-1))./sqrt(abs(E(1:end-1))); % Variabile dipendente
x = [1./sqrt(abs(E(1:end-1))), sqrt(abs(E(1:end-1)))]; % Variabile indipendente

B = (x'*x)^-1*x'*y; % Stima dei coefficienti di regressione

% Stima dei parametri del modello

a = -B(2);
mu = B(1)/a;
u = y - x*B;
s = std(u);

mu = 0.0031; % Aggiustamento del parametro

%% Simulazione CIR

m = 10000; % Numero di traiettorie
n = 19; % Numero passi fino al 2043
c = 76; % Numero di passi

Es = ones(c,m);

for k=1:m
    for t=1:c
        if t==1
            Es(t,k)=max(Euribor(end,2)/100+a*(mu-Euribor(end,2)/100)+s*sqrt(abs(Euribor(end,2)/100))*randn(1),0);
        else
            Es(t,k)=max(Es(t-1,k)+a*(mu-Es(t-1,k))+s*sqrt(abs(Es(t-1,k)))*randn(1),0);
        end
    end
end

figure(2)
Ep = [Euribor(end,2)/100*ones(1,m); Es];
plot(2024:2024+c,Ep)
```

```

%% Curva per scadenza dei tassi spot 2024 - CIR

% Stima dei tassi forward annuali

for t = 1:c
    if t == 1
        i(t,1) = mean(Es(t,:));
    else
        i(t,1) = i(t-1,1) + mean(Es(t,:));
    end
end

% Stima della curva spot

for t = 1:c
    i(t,1) = i(t,1)/t;
end

figure(3)

ip = [Euribor(end,2)/100; i];
plot(2024:2024+c,ip,"LineWidth",1,"Color","b")

%% Modello per il fondo FTSE MiB

%% Caricamento Dati FTSE MiB

Ftse = readmatrix("FTSE MIB Dati Storici.csv");
F = Ftse(:,2);

%% Stima dei parametri - FTSE MiB

Ftse = readmatrix("FTSE MIB Dati Storici.csv");
F = Ftse(:,2);

j = (F(2:end)-F(1:end-1))./F(1:end-1); % Rendimenti dell'indice

sigma = std(j); % Deviazione standard dei rendimenti
r = mean(j); % Media dei rendimenti

dt = 1; % Passo della simulazione

%% Simulazione processo FTSE MiB

m = 10000; % Numero di traiettorie
n = 19; % Numero di passi

for k = 1:m
    for t = 1:n
        if t == 1
            Fs(t,k) = F(end) + F(end)*(r*dt + sigma*sqrt(dt)*randn(1));
            js(t,k) = (Fs(t,k) - F(end))/F(end);
        else
            Fs(t,k) = Fs(t-1,k) + Fs(t-1,k)*(r*dt +
sigma*sqrt(dt)*randn(1));
            js(t,k) =(Fs(t,k)-Fs(t-1,k))/Fs(t-1,k);
        end
    end
end

```

```

    end
end

figure(4)
Fp = [F(end)*ones(1,m); Fs];
plot(2024:2024+n,Fp)

figure(5)
jp = [j(end)*ones(1,m); js];
plot(2024:2024+n-1,jp(1:end-1,:))

%% Simulazione del processo di formazione del montante contributivo

p(1,1) = 1000; % Contributo iniziale

% Applicazione della regola di determinazione dei contributi

Y = 0.03*ones(1,n); % Ipotesi di tasso di crescita costante

for t = 2:n
    p(1,t) = p(1,t-1)*(1+Y(1,t));
end

P = p'*ones(1,m); % Vettore dei contributi periodici

V = ones(n,m);

% Determinazione del valore del fondo pensione

for t = 1:n
    if t == 1
        V(t,:) = P(t,:).*(1+js(t,:));
    else
        V(t,:) = (V(t-1,:) + P(t,:)).*(1+js(t,:));
    end
end

figure(6)
Vp = [P(1,:); V];
plot(2024:2024+n,Vp)

figure(7)
histogram(V(end,:), 'Normalization', 'probability');

%% Caricamento Basi Tecniche 2043 - LTC43

BT = readmatrix("BT65_2043.xlsx");

%% Curva per scadenza dei tassi forward 2043 - CIR

% Stima dei tassi forward annuali

for t = 1:c-n
    if t == 1
        f(t,1) = mean(Es(18 + t,:));
    else
        f(t,1) = f(t-1,1) + mean(Es(18 + t,:));
    end
end

```

```

    end
end

% Stima della curva forward

for t = 1:c-n
    f(t,1) = f(t,1)/t;
end

figure(8)
plot(2024+n:2024+c-1,f,"LineWidth",1,"Color","r")
ax = gca;
ax.YRuler.Exponent = 0;

%% Coefficienti di rendita - LCA

for t = 1:length(f)
    v(t,1) = exp(-t*f(t));
end

% Calcolo dei valori attuariali

ai = v(1:length(BT(2:end,end)))'*BT(2:end,end);
ii = v(1:length(BT(2:end,end-1)))'*BT(2:end,end-1);
aa = 1 + v(1:length(BT(2:end,end-2)))'*BT(2:end,end-2);

%% Coefficienti di conversione - LCA

q = 0.2; % Ipotesi di quota di rinuncia

tao = 1/(aa+ai);
tao_i = tao*(ai+q*aa)/ai;
tao_a = tao*(1-q);

%% Determinazione delle rate

R = V(end,)*tao;
R_a = V(end,)*tao_a;
R_i = V(end,)*tao_i;

figure(9)
subplot(1,3,1)
histogram(R_i, 'Normalization', 'probability');
xlabel("Rata d'invalidità");
ax = gca;
ax.XRuler.Exponent = 0;

subplot(1,3,2)
histogram(R_a, 'Normalization', 'probability');
xlabel("Rata di attività");

subplot(1,3,3)
histogram(R, 'Normalization', 'probability');
xlabel("Rata pensionistica");

S = p*ones(19,1) % Somma dei contributi versati
M = mean(V(end,:)) % Valore atteso del montante contributivo a scadenza

```

```

%% Pricing LTC Stand Alone

%% Caricamento Basi Tecniche 2024 - LTC24

BT2 = readmatrix("BT_2024.xlsx"); % Probabilità annue di transizione
tp11 = readmatrix("tp11.xlsx"); % Probabilità periodiche t di permanenza
per gli attivi
tp22 = readmatrix("tp22.xlsx"); % Probabilità periodiche t di permanenza
per gli invalidi
tp12 = readmatrix("tp12.xlsx"); % Probabilità periodiche t di transi-
zione da attivo ad invalido

%% Curva per scadenza dei tassi spot 2024 per ogni traiettoria - CIR

% Stima dei tassi forward annuali per ogni traiettoria

d = ones(c,m);

for t = 1:c
    if t == 1
        d(t,:) = Es(t,:);
    else
        d(t,:) = d(t-1,:) + Es(t,:);
    end
end

% Curva dei rendimenti per scadenza spot per ogni traitettoria

for t = 1:c
    d(t,:) = d(t,+)/t;
end

figure(10)
plot(2024:2024+c-1,d)

%% Determinazione dei prezzi spot

for t = 1:length(d(:,1))
    fi(t,:) = exp(-t*d(t,:));
end

%% Calcolo dei valori attuariali

for w = 20:75
    for k=1:m
        LTC_ai(w-19,k) = fi(:,k)'*tp12(2:end,w-18);
        LTC_aa(w-19,k) = 1+fi(:,k)'*tp11(2:end,w-18);
    end
end

%% Determinazione premio periodico e premio unico per ogni età di sotto-
scrizione

for i = 1:length(LTC_ai(:,1))
    LTC_PU(i,1) = mean(LTC_ai(i,:));
    LTC_PP(i,1) = mean(LTC_ai(i,:)./LTC_aa(i,:));
end

```

End

```
figure(11)
plot(20:75,LTC_PU,"LineWidth",1,"Color","b")

%% Confronto con premi Allianz per LTC

alnz = readmatrix("Premi Allianz.xlsx");

LTC_alnz = alnz(2:end,end);

figure(12)
plot(40:75, LTC_PP(21:end,1),"LineWidth",1,"Color","r")
hold on
plot(40:75, LTC_alnz,"LineWidth",1,"Color","b")
legend("Premio vitalizio equo - Stimato","Premio vitalizio di tariffa - Allianz")
```

A. 4. 2. Capitolo 4

```
%% Modello dei tassi d'interesse - CIR

%% Caricamento Dati Euribor

Euribor = readmatrix("Euribor1Y.csv");
E = Euribor(7:end-3,2)/100; % Considero i dati dal 2001 al 2021

%% Stima dei parametri - Modello di CIR

y = (E(2:end) - E(1:end-1))./sqrt(abs(E(1:end-1))); % Variabile dipendente
x = [1./sqrt(abs(E(1:end-1))), sqrt(abs(E(1:end-1)))]; % Variabile indipendente

B = (x'*x)^-1*x'*y; % Stima dei coefficienti di regressione

% Stima dei parametri del modello

a = -B(2);
mu = B(1)/a;
u = y - x*B;
s = std(u);

mu = 0.0031; % Aggiustamento del parametro

%% Simulazione CIR

m = 10000; % Numero di traiettorie
n = 19; % Numero passi fino al 2043
c = 76; % Numero di passi

Es = ones(c,m);

for k=1:m
    for t=1:c
        if t==1
```

```

        Es(t,k)=max(Euribor(end,2)/100+a*(mu-Euribor(end,2)/100)+s*sqrt(abs(Euribor(end,2)/100))*randn(1),0);
    else
        Es(t,k)=max(Es(t-1,k)+a*(mu-Es(t-1,k))+s*sqrt(abs(Es(t-1,k)))*randn(1),0);
    end
end
end

%% Curva per scadenza dei tassi spot 2024 - CIR

% Stima dei tassi forward annuali

for t = 1:c
    if t == 1
        i(t,1) = mean(Es(t,:));
    else
        i(t,1) = i(t-1,1) + mean(Es(t,:));
    end
end

% Stima della curva spot

for t = 1:c
    i(t,1) = i(t,1)/t;
end

%% Modello per il fondo FTSE MiB

%% Caricamento Dati FTSE MiB

Ftse = readmatrix("FTSE MIB Dati Storici.csv");
F = Ftse(:,2);

%% Stima dei parametri - FTSE MiB

Ftse = readmatrix("FTSE MIB Dati Storici.csv");
F = Ftse(:,2);

j = (F(2:end)-F(1:end-1))./F(1:end-1); % Rendimenti dell'indice

sigma = std(j); % Deviazione standard dei rendimenti
r = mean(j); % Media dei rendimenti

dt = 1; % Passo della simulazione

%% Simulazione processo FTSE MiB

m = 10000; % Numero di traiettorie
n = 19; % Numero di passi

for k = 1:m
    for t = 1:n
        if t == 1
            Fs(t,k) = F(end) + F(end)*(r*dt + sigma*sqrt(dt)*randn(1));
            js(t,k) = (Fs(t,k) - F(end))/F(end);
        end
    end
end

```

```

        else
            Fs(t,k) = Fs(t-1,k) + Fs(t-1,k)*(r*dt +
sigma*sqrt(dt)*randn(1));
            js(t,k) =(Fs(t,k)-Fs(t-1,k))/Fs(t-1,k);
        end
    end
end

jp = [j(3:end).*ones(1,m); js];

%% Simulazione del processo di formazione del montante contributivo

p = ones(length(jp(:,1)),1);
p(1,1) = 0.0691*9.007042*52*40; % Contributo iniziale

% Applicazione della regola di determinazione dei contributi

Y = 0.0133*ones(length(jp(:,1)),1); % Ipotesi di tasso di crescita co-
stante

for t = 2:length(jp(:,1))
    p(t,1) = p(t-1,1).*(1+Y(t,1));
end

P = p.*ones(1,m); % Vettore dei contributi periodici

V = ones(length(jp(:,1)),m);

% Determinazione del valore del fondo pensione

for t = 1:length(jp(:,1))
    if t == 1
        V(t,:) = P(t,:).*(1+jp(t,:));
    else
        V(t,:) = (V(t-1,:) + P(t,:)).*(1+jp(t,:));
    end
end

figure(1)
Vp = [P(1,:); V];
plot(2001:2024+n,Vp)

%% Caricamento Basi Tecniche 2043 - LTC43

BT = readmatrix("BT65_2043.xlsx");

%% Curva per scadenza dei tassi forward 2043 - CIR

% Stima dei tassi forward annuali

for t = 1:c-n
    if t == 1
        f(t,1) = mean(Es(18 + t,:));
    else
        f(t,1) = f(t-1,1) + mean(Es(18 + t,:));
    end
end

```

```

% Stima della curva forward

for t = 1:c-n
    f(t,1) = f(t,1)/t;
end

%% Coefficienti di rendita - LCA

for t = 1:length(f)
    v(t,1) = exp(-t*f(t));
end

% Calcolo dei valori attuariali

ai = v(1:length(BT(2:end,end)))'*BT(2:end,end);
ii = v(1:length(BT(2:end,end-1)))'*BT(2:end,end-1);
aa = 1 + v(1:length(BT(2:end,end-2)))'*BT(2:end,end-2);
tao = 1/(aa+ai);

%% Determinazione dei valori di q

for k=1:m
    ql(k) = fzero(@(q) V(end,k) '*tao*(ai+q*aa)/ai - 1500*12, 0);
    qh(k) = fzero(@(q) V(end,k) '*tao*(ai+q*aa)/ai - 3500*12, 0);
    if ql(k) > 1
        ql(k) = 1;
    elseif ql(k) < 0
        ql(k) = 0;
    end
    if qh(k) > 1
        qh(k) = 1;
    elseif qh(k) < 0
        qh(k) = 0;
    end
end

figure(2)
plot(0.0226:0.0001:0.9559,ql(1,226:9559),LineWidth=1.5)
hold on
plot(0.1963:0.0001:0.9969,qh(1,1963:9969),LineWidth=1.5)
ylim([-0.2,1.2])
xlabel("Percentile")
ylabel("q", "Rotation", 360)
legend("R_i = 1500", "R_i = 3500")
hold off

%% Determinazione Percentili rilevanti

high = qh(50);
low = ql(50);

for h = [1 5 10 25 50]
    high(end+1) = qh(h*100)
    low(end+1) = ql(h*100)
end

```

A.5. Interpolazione dati sulla retribuzione

Come già menzionato, i dati reperibili sul sito dell'INPS sono determinati per classi di età, affinché possiamo lavorare per età puntuali è necessaria una modellizzazione. Nel passare da classe di età ad un'età puntuale, in primo luogo assegniamo il valore attribuito alla classe, al valore centrale della classe, quindi i dati per le classi 15-29, 30-49, ≥ 50 (50-65), li assegniamo, rispettivamente, all'età 22, 39, 57.

Fatto ciò, bisogna interpolare le età. Utilizziamo il seguente metodo:

$$w_{x,t} = \begin{cases} w_{x+1,t} \frac{w_{22,t}}{w_{23,t}} & 15 \leq x < 22 \\ w_{22,t} + (w_{39,t} - w_{22,t}) \frac{x - 22}{39 - 22} & 22 \leq x < 39 \\ w_{39,t} + (w_{57,t} - w_{39,t}) \frac{x - 39}{57 - 39} & 39 \leq x < 57 \\ w_{x-1,t} \frac{w_{57,t}}{w_{56,t}} & 57 \leq x < 66 \end{cases}$$

Dove $w_{x,t}$ è la retribuzione oraria lorda per un individuo di età x al tempo t . In questo modo otteniamo i dati sulla retribuzione oraria lorda, rappresentata in seguito.

x	2014	2015	2016	2017	2018	2019	2020	2021
15	9.13	9.28	9.31	9.45	9.48	9.55	9.73	9.75
16	9.22	9.37	9.39	9.53	9.56	9.64	9.81	9.84
17	9.31	9.46	9.48	9.61	9.64	9.72	9.90	9.92
18	9.40	9.54	9.57	9.69	9.73	9.80	9.99	10.01
19	9.49	9.63	9.65	9.78	9.81	9.89	10.08	10.10
20	9.58	9.72	9.74	9.86	9.89	9.98	10.17	10.19
21	9.67	9.81	9.83	9.94	9.98	10.06	10.26	10.28
22	9.76	9.90	9.92	10.03	10.06	10.15	10.35	10.37
23	9.85	9.99	10.01	10.12	10.15	10.24	10.44	10.46
24	9.95	10.08	10.10	10.20	10.23	10.33	10.53	10.55
25	10.04	10.17	10.19	10.29	10.32	10.41	10.63	10.65
26	10.13	10.26	10.28	10.37	10.40	10.50	10.72	10.74
27	10.22	10.36	10.37	10.46	10.49	10.59	10.81	10.83
28	10.32	10.45	10.46	10.55	10.57	10.68	10.90	10.92
29	10.41	10.54	10.55	10.63	10.66	10.77	11.00	11.01
30	10.50	10.63	10.64	10.72	10.74	10.86	11.09	11.10
31	10.60	10.72	10.74	10.80	10.83	10.94	11.18	11.20
32	10.69	10.81	10.83	10.89	10.91	11.03	11.27	11.29
33	10.78	10.90	10.92	10.97	11.00	11.12	11.37	11.38

34	10.88	10.99	11.01	11.06	11.08	11.21	11.46	11.47
35	10.97	11.09	11.10	11.15	11.17	11.30	11.55	11.56
36	11.06	11.18	11.19	11.23	11.25	11.39	11.64	11.65
37	11.15	11.27	11.28	11.32	11.34	11.47	11.74	11.75
38	11.25	11.36	11.37	11.40	11.42	11.56	11.83	11.84
39	11.34	11.45	11.46	11.49	11.51	11.65	11.92	11.93
40	11.40	11.51	11.52	11.54	11.56	11.70	11.97	11.98
41	11.46	11.57	11.57	11.60	11.61	11.75	12.02	12.03
42	11.52	11.63	11.63	11.65	11.66	11.80	12.07	12.08
43	11.57	11.69	11.69	11.71	11.71	11.85	12.12	12.13
44	11.63	11.75	11.74	11.76	11.76	11.89	12.17	12.18
45	11.69	11.81	11.80	11.81	11.81	11.94	12.22	12.23
46	11.75	11.87	11.86	11.87	11.86	11.99	12.27	12.28
47	11.81	11.93	11.91	11.92	11.91	12.04	12.32	12.33
48	11.87	11.99	11.97	11.98	11.96	12.09	12.37	12.39
49	11.92	12.04	12.03	12.03	12.00	12.14	12.42	12.44
50	11.98	12.10	12.08	12.08	12.05	12.19	12.47	12.49
51	12.04	12.16	12.14	12.14	12.10	12.24	12.52	12.54
52	12.10	12.22	12.20	12.19	12.15	12.29	12.57	12.59
53	12.16	12.28	12.25	12.24	12.20	12.33	12.62	12.64
54	12.22	12.34	12.31	12.30	12.25	12.38	12.67	12.69
55	12.27	12.40	12.37	12.35	12.30	12.43	12.72	12.74
56	12.33	12.46	12.42	12.41	12.35	12.48	12.77	12.79
57	12.39	12.52	12.48	12.46	12.4	12.53	12.82	12.84
58	12.45	12.58	12.54	12.51	12.45	12.58	12.87	12.89
59	12.51	12.64	12.59	12.57	12.50	12.63	12.92	12.94
60	12.57	12.70	12.65	12.62	12.55	12.68	12.97	12.99
61	12.63	12.76	12.71	12.68	12.60	12.73	13.02	13.04
62	12.69	12.82	12.77	12.73	12.65	12.78	13.07	13.10
63	12.75	12.88	12.83	12.79	12.70	12.83	13.12	13.15
64	12.81	12.94	12.88	12.84	12.75	12.88	13.18	13.20
65	12.87	13.01	12.94	12.90	12.80	12.93	13.23	13.25

Figura 35 – Retribuzione oraria lorda interpolata, età 15 - 65, anni 2014 - 2021. Elaborazione personale da dati ISTAT.

Indice Figure

Figura 1 – HLE e LE a confronto per individui di 65 anni; Fonte: Eurostat	7
Figura 2 – Percentuale di vita residua in buona salute per individui di 65 anni; Fonte: Eurostat	7
Figura 3 – Analisi demografica distinta per genere, confronto per aspettativa di vita (sx), aspettativa di vita in buona salute (centro), percentuale di vita residua in buona salute (dx) per individui di 65 anni; Fonte: Eurostat.....	8
Figura 4 – Incidenza dei disturbi neurologici distinta per genere per individui over 65; Fonte: ISTAT	8
Figura 5 – Confronto tra probabilità soggettive e oggettive di shock sulla salute; Fonte: Apicella – De Giorgi (2024)	25
Figura 6 – Percentuale di over 65 con limitazioni funzionali gravi, per anno, sesso e area geografica. Fonte: ISTAT, Condizioni di salute, fattori di rischio e ricorso ai servizi sanitari	30
Figura 7 – Aspettativa di vita a 65 anni per anno, sesso e area geografica. Fonte: ISTAT	31
Figura 8 – Stato di salute e condizione economica per individui over 65. Fonte: Istituto superiore di sanità. PASSI d’Argento 2017-2020.....	31
Figura 9 – Schema LTC Stand-Alone Modello Vita	36
Figura 10 – Schema LTC Stand-Alone Modello Malattia	36
Figura 11 – Schema LTC Aggiuntiva alla pensione semplice.....	37
Figura 12 – Schema LTC Integrata alla pensione	38
Figura 13 – Modello multistato per le coperture LTC	41
Figura 14 – Modulo Malattia (Health) in Solvency II	53
Figura 15 – Matrice di correlazione fornita da EIOPA per il modulo Health.....	55
Figura 16 – Serie Storica Euribor a 1 anno, 1994 - 2024.....	63
Figura 17 – Stima dei parametri del modello di CIR.....	64
Figura 18 – Simulazione tassi di interesse (CIR), 2024 - 2100, 10 000 traiettorie.	65
Figura 19 – Curva dei rendimenti per scadenza stimata, 2024 - 2074.....	65
Figura 20 – Stima dei parametri per il modello del FTSEMiB.....	67
Figura 21 – Simulazione valore FTSEMiB, 2024 - 2043, 10 000 traiettorie.....	68

Figura 22 – Simulazione rendimenti dell'indice FTSEMiB, 2024 - 2042, 10 000 traiettorie.	69
Figura 23 – Simulazione montante contributivo, 2024 - 2043, 10 000 traiettorie.	70
Figura 24 – Distribuzione di probabilità del montante a scadenza.....	70
Figura 25 – Curva dei tassi forward stimata, 2043 - 2100.....	73
Figura 26 – Distribuzione di probabilità dell'ammontare della rata d'invalidità (sx), della rata di attività (centro) e della rata pensionistica (dx).	77
Figura 27 – Curve dei rendimenti per scadenza, 2024 - 2100, 10 000 traiettorie.	78
Figura 28 – Tassi di premio unico per una copertura LTC Stand Alone, età 20 - 75.	79
Figura 29 – Confronto tassi di premio vitalizio, stimato e Allianz, età 40 - 75... 81	
Figura 30 – Simulazione montante contributivo, 2001 - 2043, 10 000 traiettorie.	91
Figura 31 – Relazione q e percentile per rata d'invalidità.....	92
Figura 32 – Relazione q e percentile per rata d'invalidità pari a 1500 e 3500.....	93
Figura 33 – Tavola LTC24	99
Figura 34 – Tavola LTC43	101
Figura 35 – Retribuzione oraria lorda interpolata, età 15 - 65, anni 2014 - 2021. Elaborazione personale da dati ISTAT.	112

Bibliografia

- [1] Apicella, G., De Giorgi, E. G. (2024). A behavioral gap in survival beliefs. *Journal of Risk and Insurance*. 1-29.
- [2] Barberis, N., Shleifer, A., & Vishny, R. (1998). A model of investor sentiment. *Journal of Financial Economics*, 49(3), 307–343.
- [3] Biessy, G. (2017). Continuous-time semi-markov inference of biometric laws associated with a long term care insurance portfolio. *ASTIN Bull. J. IAA* 47(2), 527–561.
- [4] Blake, D., Carins, A. J. G., Dowd, K. (2006). A two-factor model for stochastic mortality with parameter uncertainty: theory and calibration. *Journal of Risk and Insurance*, 73(4), 687-718.
- [5] Brown J. R. and Finkelstein A. (2009) ‘The Private Market for Long-Term Care Insurance in the United States: A Review of the Evidence’, *The Journal of Risk and Insurance* 76 (1), Special Issue on LongTerm Care Insurance and Health Insurance (March): 5-29.
- [6] Costa, G., Crialesi, R., Migliardi, A., Gargiulo, L., Sebastani, G., Ruggeri, P., Menniti Ippolito, F. (2016). *Salute in Italia e livelli di tutela: approfondimenti dalle indagini ISTAT sulla salute*.
- [7] COVIP (2022). *Guida introduttiva alla previdenza complementare*.
- [8] Cox, J. C., Ingersoll, J. E., Ross, Jr. S. A. (1985). A Theory of the Term Structure of Interest Rates. *Econometrica*, Vol. 53, No. 2, pp. 385-407.
- [9] De Angelis, P., Di Falco, L., (2016). *Assicurazioni sulla salute: caratteristiche, modelli attuariali e basi tecniche*. il Mulino.
- [10] Dupourquè, E., Planchet, F., Sator, N. (2019). *Actuarial Aspects of Long Term Care*. Springer. 95-192.
- [11] EIOPA (2016). *Regolamento delegato (UE) 2015/35 della Commissione, del 10 ottobre 2014, che integra la direttiva 2009/138/CE del Parlamento europeo e del Consiglio in materia di accesso ed esercizio delle attività di assicurazione e di riassicurazione (Solvibilità II)*.
- [12] Fornero, E. (2015). “Reform, Inform, Educate”: A New Paradigm for Pension Systems’ Sustainability. *The Future of Welfare in a Global Europe*.
- [13] Haberman, S., Pitacco, E., (1999). *Actuarial Models for Disability*

Insurance. Chapman & Hall/CRC.

- [14] Hamermesh, D. S. (1985). Expectations, life expectancy, and economic behavior. *The Quarterly Journal of Economics*, 100(2), 389–408.
- [15] Hull, J. C. (2023). *Opzioni, Futures e altri derivati*. Pearson.
- [16] ISTAT (2019), *Conoscere il mondo della disabilità: Persone, relazioni e istituzioni*.
- [17] IVASS (2016). *Solvency II. La nuova regolamentazione prudenziale del settore assicurativo: una guida semplificata*.
- [18] Levantesi, S., Menzietti, M. (2012). Managing longevity and disability risks in life annuities with long term care. *Insurance: Mathematics and Economics*, 2012, 50 (3) 391-401
- [19] Levantesi, S. (2011). La valutazione del rischio di non autosufficienza nelle assicurazioni Long Term Care. Seminario, Centro studi Adepp.
- [20] Lusardi, A. and O. S. Mitchell (2014) ‘The Economic Importance of Financial Literacy: Theory and Evidence’, *Journal of Economic Literature* 52 5-44.
- [21] Ministero della Salute (2016). Il genere come determinante di salute. Lo sviluppo della medicina di genere per garantire equità e appropriatezza della cura. Quaderni del Ministero della Salute, n. 26 aprile 2016.
- [22] Ministero della Salute (2022). *Relazione sullo Stato Sanitario del Paese 2017-2021*.
- [23] Morel N., B. Palier and J. Palme (eds.) (2012) *Towards a Social Investment Welfare State? Ideas, Policies and Challenges*. Chicago: the Policy Press, c/o the University of Chicago Press.
- [24] Nusselder WJ, Mackenbach JP. (1996). Rectangularization of the survival curve in The Netherlands, 1950-1992. *Gerontologist*.
- [25] Paci, S. (2002). Tipologie di offerta di copertura assicurative LTC in Italia. *Diritto ed economia dell'assicurazione*, Fascicolo 2. 279-293.
- [26] Paci, S. (2017). *Assicurazioni. Economia e Gestione*. EGEA.
- [27] Wurm, S., Tomasik, M. J., & Tesch-Römer, C. (2009). Serious health events and their impact on changes in subjective health and life satisfaction: The role of age and a positive view on ageing. *European Journal of Ageing*, 5(2), 117–127.

